doi:10.11988/ckyyb.20250924 2026,43(11):120-126

圆形刚性板岩体蠕变试验五参量蠕变模型推导及应用

庞正江,陈 冲
(长江科学院 水利部岩土力学与工程重点实验室,武汉 430010)

摘 要:岩体蠕变时间一般长达几年,而岩块蠕变达到稳定的时间仅需几小时,两者相差显著。现场岩体蠕变试验蠕变持续时间长,能较好地反映岩体的蠕变时效性。详细推导了圆形刚性承压板岩体蠕变试验广义 Kelvin 五参量模型变形表达式,该表达式在特定条件下可以退化为广义 Kelvin 三参量模型或 Burgers 模型,对岩体蠕变试验的参数辨识具有更好地适应性。对钙质板岩的现场蠕变试验按五参量模型进行了参数辨识,与三参量模型拟合参数对比,五参量模型拟合精度更高,得到的长期剪切模量更小,且能间接反映钙质板岩的加载特征,因此五参量模型能更好地反映岩体的蠕变特性。

关键词:蠕变;Kelvin 模型;五参量;钙质板岩
中图分类号:TU45 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-5485(2026)11-0120-07

Derivation and Application of a Generalized Five-Parameter Creep Model for Creep Test of Circular Rigid Plate Rock Mass

PANG Zheng-jiang , CHEN Chong
(Key Laboratory of Rock Mechanics and Engineering of Ministry of Water Resources, Changjiang River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China)

Abstract:[**Objective**] The creep time of rock mass generally lasts for several years, while the time for rock block to reach creep stability only takes a few hours. There is a significant difference in the creep timeliness between rock mass and rock block. On-site rock mass creep tests generally last not less than 10 days, and in some cases can reach 1 to 2 months, which can better reflect the creep timeliness of the rock mass. Therefore, on-site rock mass creep tests more accurately represent the creep timeliness of rock mass. This study aims to simulate the creep test process of on-site circular rigid plate rock mass creep test through the generalized five-parameter Kelvin creep model and to obtain the deformation expression of the on-site rigid plate creep test: $w(t)=\frac{\pi pR}{8}\left\{\frac{1}{G_{\mathrm{H}}}+\frac{1-\mathrm{e}^{(-G_1t/\eta_1)}}{G_1}+\frac{1-\mathrm{e}^{(-G_2t/\eta_2)}}{G_2}+\frac{3}{B}+\frac{3G_{\mathrm{H}}{}^2}{Bb_2(a_1-a_2)}\left[\frac{G_1+G_2}{a_1a_2}(a_1-a_2+a_2\mathrm{e}^{(-a_1t)}-a_1\mathrm{e}^{(-a_2t)})-(\eta_1+\eta_2)(\mathrm{e}^{(-a_1t)}-\mathrm{e}^{(-a_2t)})\right]\right\}$. [**Methods**] The generalized five-parameter Kelvin creep model consists of one spring element in series with two Kelvin elements. According to the deformation expression of the generalized five-parameter Kelvin creep model, when G_1 or G_2 equals 0, the generalized five-parameter Kelvin creep model degenerates into the Burgers model; when G_1 or G_2 approaches infinity, the generalized five-parameter Kelvin creep model degenerates into the generalized three-parameter Kelvin creep model. The generalized five-parameter Kelvin creep model is a stable model, with a long-term shear modulus of $G_\infty = 1/(1/G_{\mathrm{H}} + 1/G_1 + 1/G_2)$ .Therefore, the generalized five-parameter Kelvin creep model has higher fitting accuracy and wider applicability compared to the generalized three-parameter Kelvin creep model. For the generalized Kelvin five-parameter creep model, since the four variables of $G_\infty, G_{\mathrm{H}}, G_1, G_2$ and $E_\infty, E_{\mathrm{H}}, E_1, E_2$ don't correspond one-to-one, it means that in three-dimensional rock engineering problems, the viscosity coefficient derived from the shear modulus isn't the same as the one derived from the elastic modulus.[**Results**] On-site rigid

收稿日期:2025-10-21;**修回日期**:2025-11-13;**接受日期**:2026-04-07
作者简介:庞正江(1973-),男,湖北天门人,高级工程师,硕士,研究方向为岩体物理力学性质及参数取值、评价。E-mail:415631032@qq.com

plate creep tests were conducted on calcareous slate, and parameter fitting was carried out using both the generalized five-parameter Kelvin creep model and the generalized three-parameter Kelvin creep model. Key indicators during the fitting of the creep expression, such as Reduced Chi-Sqr, Adj. R^2, and RMSE, show that the generalized five-parameter Kelvin creep model outperforms the generalized three-parameter Kelvin creep model. Under different stress conditions, the shear modulus G_1 of the generalized five-parameter Kelvin creep model increases with increasing stress, while G_2 first decreases and then increases with increasing stress. The parameter G_1 of the generalized three-parameter Kelvin creep model also slightly increases with increasing stress, but the change is minor. The parameters of the generalized five-parameter Kelvin creep model indirectly reflect the variations during the rock mass fracture compaction stage and fracture closure stage. The long-term shear modulus of the generalized five-parameter Kelvin creep model is lower than that of the generalized three-parameter creep model. Under low stress, the long-term deformation of the generalized five-parameter Kelvin creep model increases by about 50.8% from that of the generalized three-parameter creep model; under high stress, it only increases by about 2.71%. Therefore, the generalized five-parameter Kelvin creep model is capable of expressing greater deformation, which has benefit for engineering safety.[**Conclusions**] The generalized five-parameter Kelvin creep model has higher fitting accuracy and can be compatible with both the generalized three-parameter Kelvin creep model and the Burgers creep model. According to the generalized five-parameter Kelvin creep model, the long-term shear modulus is lower, and long-term deformation is greater, providing a conservative evaluation of long-term rock mass deformation, which can reduce potential safety risks. In summary, the generalized five-parameter Kelvin creep model has good fitting accuracy and can provide rich information, allowing it better at reflecting the creep characteristics of rock mass.

Key words: creep; Kelvin model; five-parameter model; slate

0　引　言

岩体蠕变是道路、桥梁、边坡、地下厂房等破坏不可忽视的原因之一，蠕变模型参数的准确模拟关乎建筑物的持久稳定。岩体蠕变模型一般可用经验公式或理论模型进行描述。文献[1]和文献[2]利用经验公式对室内蠕变试验模型参数进行了拟合，经验公式的参数意义不明确，在计算分析中也不便于应用。文献[3]—文献[5]对室内蠕变试验分别进行按 Kelvin 模型、Burgers 模型进行了拟合，文献[5]—文献[9]对室内三轴蠕变试验进行了参数拟合，试验反映了应力路径的影响。室内蠕变试验时间效应不显著，与实际工程的蠕变监测时间存在较大的差距。文献[10]和文献[11]利用理论公式对现场蠕变试验进行了三参量模型拟合，三参量现场蠕变模型无法完全反映蠕变的时间效应。文献[12]利用理论公式对现场蠕变试验模型进行了五参量拟合，并利用弹性模量进行推导，但公式稍显复杂，与实际工程计算分析中的蠕变参数存在一定的差别。

现场监测显示，岩体工程的实际蠕变一般长达几月或几年，甚至几十年，而室内试验基本几个小时就会达到变形稳定。室内岩块标准试件为直径 5 cm、高 10 cm 的圆柱，圆形刚性承压板直径约 50.5 cm，数值计算分析划分的块体尺度一般 > 50 cm，可见现场试验的尺度与数值计算分析的尺度接近，因此现场试验得到的参数更有价值，能更好地反映蠕变时间效应。

理论模型各参数的意义明确，可以较好地描述蠕变现象。本文用五参量模型对圆形刚性承压板蠕变试验进行拟合，能更好地反映蠕变现象，获得的蠕变信息更丰富。

1　广义 Kelvin 五参量模型

1.1　蠕变特性及基本模型

通常可用弹性元件、黏性元件和塑性元件通过串并联关系形成的组合介质模型描述蠕变现象。广义 Kelvin 五参量蠕变模型组合元件由 1 个弹簧体和 2 个 Kelvin 体串联组成(图 1)。如图 1 所示，五参量蠕变模型由 H 体、K1 体、K2 体串联。G_H、G_1、G_2 分别为 H 体、K1 体、K2 体剪切弹性模量，τ_H、τ_1、τ_2 分别为 H 体、K1 体、K2 体剪应力，γ_H、γ_1、γ_2 分别为 H 体、K1 体、K2 体剪应变，τ 为总剪应力，η_1、η_2 分别为 K1 体和 K2 体剪切黏滞系数。

串联时，每个单元体担负着相同的总荷载，而它们的总应变、总应变速率则为各单元体的总和，可表示为以下关系式：

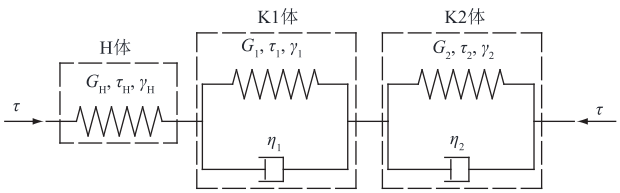

图 1 五参量蠕变模型

Fig.1 Five-parameter creep model

$$\tau = \tau_H = \tau_1 = \tau_2 \quad , \tag{1}$$

$$\gamma = \gamma_H + \gamma_1 + \gamma_2 \quad 。 \tag{2}$$

式中 γ 为总剪应变。

H 体为弹簧,可表示为

$$\tau_H = G_H\gamma_H \quad 。 \tag{3}$$

K1 体为黏壶与弹簧并联。元件并联时,每个单元体模型所担负的荷载之和等于总荷载,而它们的应变是相等的,可表示为

$$\tau_1 = G_1\gamma_1 + \eta_1\dot{\gamma}_1 \quad 。 \tag{4}$$

式中 $\dot{\gamma}_1$ 为 γ_1 的一阶导数。

K2 体与 K1 体类似,可表示为

$$\tau_2 = G_2\gamma_2 + \eta_2\dot{\gamma}_2 \quad 。 \tag{5}$$

式中 $\dot{\gamma}_2$ 为 γ_2 的一阶导数。

根据式(1)—式(5),通过变换可得[13]:

$$\gamma = \frac{\tau}{G_H} + \frac{\tau}{G_1 + \eta_1 D} + \frac{\tau}{G_2 + \eta_2 D} \quad , \tag{6}$$

$$\gamma[G_H G_1 G_2 + G_H(\eta_1 G_2 + \eta_2 G_1)D + G_H\eta_1\eta_2 D^2] = \tau[G_H G_1 + G_H G_2 + G_1 G_2 + (\eta_1 G_2 + \eta_2 G_1 + G_H\eta_1 + G_H\eta_2)D + \eta_1\eta_2 D^2] \quad 。 \tag{7}$$

式中 D 为应变、应力对时间 t 的微分算子。

根据式(7)得广义 Kelvin 五参量模型组合元件本构方程为

$$p_0\tau + p_1\dot{\tau} + p_2\ddot{\tau} = q_0\gamma + q_1\dot{\gamma} + q_2\ddot{\gamma} \quad 。 \tag{8}$$

其中,

$$p_0 = G_H G_1 + G_H G_2 + G_1 G_2 \quad , \tag{9}$$

$$p_1 = \eta_1 G_2 + \eta_2 G_1 + G_H\eta_1 + G_H\eta_2 \quad , \tag{10}$$

$$p_2 = \eta_1\eta_2 \quad , \tag{11}$$

$$q_0 = G_H G_1 G_2 \quad , \tag{12}$$

$$q_1 = G_H(\eta_1 G_2 + \eta_2 G_1) \quad , \tag{13}$$

$$q_2 = G_H\eta_1\eta_2 \quad 。 \tag{14}$$

式中:$\dot{\tau}$、$\ddot{\tau}$ 分别为 τ 的一阶导数和二阶导数;$\dot{\gamma}$、$\ddot{\gamma}$ 分别为 γ 的一阶导数和二阶导数。

1.2 复杂应力状态下黏弹性本构关系

线性黏弹性模型的本构关系均可建立为含有应力 σ、应变 ε 或 τ、γ 的微分方程,当含有 1 个黏滞模型时,本构方程为 1 次线性非齐次常微分方程,当含有 n 个黏滞模型时,本构方程为 n 次线性非齐次常微分方程。故描述岩土线性黏弹性模型的本构关系的一般形式为式(15)、式(16)之一[14-17],即:

$$P(D)\sigma = Q(D)\varepsilon \quad , \tag{15}$$

$$P(D)\tau = Q(D)\gamma \quad 。 \tag{16}$$

其中,

$$P(D) = \sum_{i=0}^{n} p_i D^i, \quad Q(D) = \sum_{j=0}^{n} q_j D^j \quad 。$$

式中:p_i、q_j 为常数;D^i 、D^j 为对时间 t 的微分算子,$D^0 = 1$, $D = \partial/\partial t$, $D^2 = \partial^2/\partial t^2, \cdots, D^n = \partial^n/\partial t^n$ 。

线弹性理论在复杂应力状态下的应力、应变关系可以由简单应力状态推广而得:

$$S_{ij} = 2Ge_{ij} \quad , \tag{17}$$

$$\sigma_{ij} = 3K\varepsilon_{ij} \quad 。 \tag{18}$$

式中:S_{ij}、e_{ij}、σ_{ij}、ε_{ij} 分别为应力偏量、应变偏量及应力和应变第一不变量的张量形式;K、G 分别为体积变形模量和剪切变形模量。

与此相仿,线性黏弹性体在复杂应力状态下的本构关系也可由简单应力状态推广而得:

$$P'(D)\sigma'_{ij} = 2Q'(D)\varepsilon'_{ij} \quad , \tag{19}$$

$$P''(D)\sigma_m = 3Q''(D)\varepsilon_m \quad 。 \tag{20}$$

式中:σ_m 为平均应力;ε_m 为平均应变;σ'_{ij} 分别为 6 个应力偏量($i=1,2,3, j=1,2,3, i \neq j$);$\varepsilon'_{ij}$ 分别为 6 个应变偏量($i=1,2,3, j=1,2,3, i \neq j$)。

式(19)和式(20)中的 $P'(D)$、$Q'(D)$ 分别与式(15)和式(16)中的 $P(D)$、$Q(D)$ 相同,与被应用的蠕变模型相应;$P''(D)$、$Q''(D)$ 对应于体积变形的蠕变特性,由被应用的蠕变模型来决定。

比较式(17)、式(18)和式(19)、式(20),可简记为[11-15]:

$$G(D) = \frac{Q'(D)}{P'(D)} \quad , \tag{21}$$

$$K(D) = \frac{Q''(D)}{P''(D)} \quad 。 \tag{22}$$

$P''(D)$ 、$Q''(D)$ 反映材料体积变形的蠕变特性,本文为简化,将材料的体积变形认为是弹性变形,对比式(17)、式(18)和式(19)、式(20)可得:

$$P''(D) = 1 \quad , \tag{23}$$

$$Q''(D) = K \quad 。 \tag{24}$$

在复杂应力状态下黏弹性介质参数存在着与弹性介质参数相似的关系:

$$E = \frac{9KG}{3K + G} \quad , \tag{25}$$

$$\mu = \frac{3K - 2G}{2(3K + G)} \quad 。 \tag{26}$$

式中:E 为弹性模量;μ 为泊松比。

由于黏弹性材料参数存在着与弹性材料参数相似的本构关系，将式(23)、式(24)代入式(25)、式(26)中可得[14]：

$$E(D)=\frac{9Q''(D)Q'(D)}{3Q''(D)P'(D)+Q'(D)P''(D)},\quad(27)$$

$$\mu(D)=\frac{3Q''(D)P'(D)-2Q'(D)P''(D)}{6Q''(D)P'(D)+2Q'(D)P''(D)}。\quad(28)$$

式中：$E(D)$、$\mu(D)$ 分别为与微分算子 D 有关的弹性模量和泊松比。

式(23)、式(24)、式(27)和式(28)通过拉普拉斯变换可得[14-18]：

$$\bar{P}''(s)=1\quad,\quad(29)$$

$$\bar{Q}''(s)=K\quad,\quad(30)$$

$$\bar{E}(s)=\frac{9\bar{Q}'(s)\bar{Q}''(s)}{3\bar{P}'(s)\bar{Q}''(s)+\bar{P}''(s)\bar{Q}'(s)}\quad,\quad(31)$$

$$\bar{\mu}(s)=\frac{3\bar{P}'(s)\bar{Q}''(s)-2\bar{P}''(s)\bar{Q}'(s)}{6\bar{P}'(s)\bar{Q}''(s)+2\bar{P}''(s)\bar{Q}'(s)}。\quad(32)$$

式中：s 为拉普拉斯空间中的自变量；$\bar{P}''(s)$、$\bar{Q}''(s)$ 均为反映拉普拉斯空间中材料的体积蠕变特性的变量；$\bar{E}(s)$、$\bar{\mu}(s)$ 分别为反映拉普拉斯空间中材料的弹性模量、泊松比(字母上带横线的变量均表示拉普拉斯变换处理过的变量，下同)。

1.3　刚性承压板蠕变试验模型表达式

根据弹性力学，由布辛涅斯克解答，半无限空间刚性承压板下岩体的沉降(w)公式为[18-19]

$$w=\frac{\pi}{2}\frac{(1-\mu^2)pR}{E}\quad。\quad(33)$$

式中：p 为刚性承压板上均布载荷；R 为刚性承压板半径；w 为边缘沉降。

在小变形范围内，无论是弹性问题还是黏弹性问题，其平衡微分方程和几何方程完全相同。将式(33)作拉普拉斯变换的黏弹性方程与弹性静力学方程式形式上也相同。则将式(31)、式(32)代入式(33)可得[11]

$$\bar{w}(s)=\frac{\pi\bar{p}R}{8}\frac{\bar{P}'(s)}{\bar{Q}'(s)}\frac{3\bar{P}'(s)\bar{Q}''(s)+4\bar{P}''(s)\bar{Q}'(s)}{3\bar{P}'(s)\bar{Q}''(s)+\bar{P}''(s)\bar{Q}'(s)}。\quad(34)$$

式中 $\bar{w}(s)$ 为拉普拉斯空间中的岩体表面变形。

将式(29)、式(30)代入式(34)可得

$$\bar{w}(s)=\frac{\pi\bar{p}R}{8}\frac{\bar{P}'(s)}{\bar{Q}'(s)}\left(1+\frac{3\bar{Q}'(s)}{3K\bar{P}'(s)+\bar{Q}'(s)}\right)\quad。\quad(35)$$

根据式(15)或式(16)对微分算子的定义，对比式(8)，广义 Kelvin 五参量模型在三维空间中算子函数的拉普拉斯变换形式为：

$$\bar{P}'(s)=p_0+p_1s+p_2s^2\quad,\quad(36)$$

$$\bar{Q}'(s)=q_0+q_1s+q_2s^2\quad。\quad(37)$$

将式(36)、式(37)代入式(35)，并将 $\bar{p}$ 替换为 p/s，可得

$$\bar{w}(s)=\frac{\pi pR}{8s}\left[\frac{F+G_{\mathrm{H}}M}{G_{\mathrm{H}}F}+\frac{3(F+G_{\mathrm{H}}M)}{BF+3KG_{\mathrm{H}}M}\right]\quad。\quad(38)$$

其中，

$$F=(\eta_1s+G_1)(\eta_2s+G_2)\quad,\quad(39)$$

$$M=\eta_1s+G_1+\eta_2s+G_2\quad,\quad(40)$$

$$B=3K+G_{\mathrm{H}}\quad。\quad(41)$$

将式(38)转换为易于作拉普拉斯逆变换的形式，即

$$\bar{w}(s)=\frac{\pi pR}{8}\left\{\frac{1}{G_{\mathrm{H}}s}+\frac{1}{\eta_1s(s+G_1/\eta_1)}+\frac{1}{\eta_2s(s+G_2/\eta_2)}+\frac{3}{Bs}+\frac{3G_{\mathrm{H}}^2}{Bb_2}\left[\frac{\eta_1+\eta_2}{(s+a_1)(s+a_2)}+\frac{G_1+G_2}{s(s+a_1)(s+a_2)}\right]\right\}。\quad(42)$$

其中，

$$b_2=B\eta_1\eta_2\quad,\quad(43)$$

$$a_1=(b_1+\sqrt{b_1^2-4b_0b_2})/(2b_2)\quad,\quad(44)$$

$$a_2=(b_1-\sqrt{b_1^2-4b_0b_2})/(2b_2)\quad,\quad(45)$$

$$b_1=B(G_1\eta_2+G_2\eta_1)+3KG_{\mathrm{H}}(\eta_1+\eta_2)\quad,\quad(46)$$

$$b_0=BG_1G_2+3KG_{\mathrm{H}}(G_1+G_2)\quad。\quad(47)$$

将式(42)作拉普拉斯逆变换，可得半无限空间刚性承压板下岩体的黏弹塑性蠕变模型沉降表达式

$$w(t)=\frac{\pi pR}{8}\left\{\frac{1}{G_{\mathrm{H}}}+\frac{1-\mathrm{e}^{(-G_1t/\eta_1)}}{G_1}+\frac{1-\mathrm{e}^{(-G_2t/\eta_2)}}{G_2}+\frac{3}{B}+\frac{3G_{\mathrm{H}}^2}{Bb_2(a_1-a_2)}\left[\frac{G_1+G_2}{a_1a_2}(a_1-a_2+a_2\mathrm{e}^{(-a_1t)}-a_1\mathrm{e}^{(-a_2t)})-(\eta_1+\eta_2)(\mathrm{e}^{(-a_1t)}-\mathrm{e}^{(-a_2t)})\right]\right\}\quad。\quad(48)$$

1.4　广义 Kelvin 五参量表达式特性

广义 Kelvin 五参量模型表达式具有以下特征。

(1)当 $t=0$ 时：

$$w_{t=0}=\frac{\pi pR}{8}\left(\frac{1}{G_{\mathrm{H}}}+\frac{3}{3K+G_{\mathrm{H}}}\right)=\frac{\pi pR}{8}\frac{3K+4G_{\mathrm{H}}}{G_{\mathrm{H}}(3K+G_{\mathrm{H}})}=\frac{\pi pR}{2}\frac{(1-\mu^2)}{E_{\mathrm{H}}}\quad。\quad(49)$$

式(49)与式(33)相同，为瞬时加载时的变形。

(2)当 $t \to \infty$ 时:

$$w_{t\to\infty} = \frac{\pi pR}{8}\left(1/G_{\mathrm{H}} + 1/G_1 + 1/G_2 + \frac{3}{B} + \frac{3G_{\mathrm{H}}^2}{Bb_2}\frac{(G_1+G_2)}{a_1a_2}\right) = \frac{\pi pR}{8}\left[(1/G_{\mathrm{H}} + 1/G_1 + 1/G_2) + \frac{3/(1/G_{\mathrm{H}} + 1/G_1 + 1/G_2)}{1 + 3K(1/G_{\mathrm{H}} + 1/G_1 + 1/G_2)}\right] 。 \quad (50)$$

根据式(50),广义 Kelvin 五参量模型存在长期剪切弹性模量,说明广义 Kelvin 五参量模型为稳定性模型。如果用 G_∞ 表示长期剪切弹性模量,对比式(50)和式(49)可得

$$G_\infty = 1/(1/G_{\mathrm{H}} + 1/G_1 + 1/G_2) 。 \quad (51)$$

根据式(25)和式(26),可得 $G=3KE/(9K-E)$,将 G_{H}、G_1、G_2 分别转换后代入式(51),知 $E_\infty \neq 1/(1/E_{\mathrm{H}} + 1/E_1 + 1/E_2)$。$G$、$E$ 的 4 个变量并未一一对应,说明在三维工程问题中,通过剪切弹性模量推导得到的黏滞系数与根据弹性模量推导得到的黏滞系数并不相同。

(3)当 $G_1 \to \infty$ 或 $G_2 \to \infty$ 时:

当 $G1 \to \infty$,K1 体中弹簧视作刚体,黏壶受刚体约束也不会产生变形,则 K1 体不产生变形,只有 H 体和 K2 体存在变形,为有效元件,广义 Kelvin 五参量模型退化为广义 Kelvin 三参量模型。当 $G_2 \to \infty$ 时与之类似。这个特征说明广义 Kelvin 五参量模型比广义 Kelvin 三参量模型模拟精度更高,适用性更广。

(4)当 $G_1 = 0$ 或 $G_2 = 0$ 时:

当 $G_1 = 0$ 时,K1 体的变形为黏壶的变形,广义 Kelvin 五参量模型退化为 burgers 模型;当 $G_2 = 0$ 时与之类似。根据这个特征,可通过参数 G_1 或 G_2 直接判断蠕变试验模型是否为稳定型模型。

2 广义 Kelvin 五参量模型应用

某水电站排水洞埋深约 500 m,隧洞围岩为钙质板岩,黑色,薄片状,中陡倾角。隧洞埋深大,地应力高,可能存在蠕变现象。对第二级竖井底部排水洞(隧洞直径约4.0 m)侧壁上的钙质板岩进行了现场圆形刚性承压板(刚性板直径约50.5 cm)蠕变试验,其中某测点蠕变试验变形与时间关系曲线见图 2。

对蠕变试验成果分别按五参量模型和三参量模型进行参数拟合,蠕变表达式拟合时的相关关键指标为简化卡方统计值(Reduced Chi-Sqr)、调整 R 平方(Adj. R-Square)及均方根误差(Root Mean Square Error,RMSE),其中,Reduced Chi-Sqr 及 RMSE 以小为优;Adj. R-Square 以大为优。蠕变模型拟合关键指标如表 1 所示,从表 1 可以看出,五参量模型拟合时的 Reduced Chi-Sqr、Adj. R-Square 及 RMSE 均优于三参量模型,因此五参量模型拟合的精度更高。

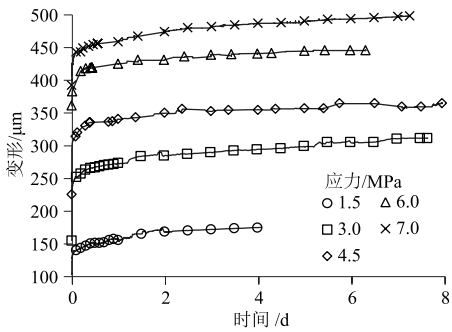

图 2 不同应力蠕变变形与时间关系曲线

Fig.2 Variation of creep deformation with time under different stresses

表 1 蠕变模型拟合关键指标

Table 1 Key indicators for fitting creep model

应力/MPa	Reduced Chi-Sqr		Adj. R-Square		RMSE	
	五参量	三参量	五参量	三参量	五参量	三参量
1.5	19.2	20.4	0.880	0.870	4.38	4.51
3.0	57.4	70.5	0.920	0.900	7.56	8.38
4.5	8.5	15.1	0.880	0.790	2.91	3.88
6.0	1.3	39.3	0.998	0.950	1.12	6.26
7.0	3.2	154.9	0.996	0.790	1.80	12.44

对蠕变试验成果分别按五参量模型和三参量模型进行拟合得到的参数分别见表 2、表 3。

表 2 五参量拟合参数

Table 2 Fitting parameters of five-parameter model

应力/MPa	G_{H}/GPa	G_1/GPa	G_2/GPa	η_1/(GPa·d)	η_2/(GPa·d)	G_∞/GPa
1.5	1.55	2.02	17.10	9.7	3.47	0.83
3.0	1.76	4.30	10.60	33.9	2.41	1.12
4.5	2.15	14.30	9.99	88.1	1.42	1.58
6.0	2.28	17.70	13.10	41.9	0.24	1.75
7.0	2.42	11.90	20.60	26.9	0.24	1.83

表 3 三参量拟合参数

Table 3 Fitting parameters of three-parameter model

应力/MPa	G_{H}/GPa	G_1/GPa	η_1/(GPa·d)	G'_∞/GPa
1.5	1.55	4.13	3.70	1.13
3.0	6.00	4.78	4.36	1.29
4.5	2.15	6.79	4.94	1.64
6.0	2.28	8.32	2.01	1.79
7.0	2.42	8.17	7.79	1.87

根据表 2 和表 3,整理得到蠕变长期剪切模量与应力的关系,见图 3。根据图 3,五参量模型蠕变长期剪切模量小于三参量蠕变长期剪切模量,且在低应力

时相差大,在高应力时相差小。在低应力时,岩体基本处于裂隙压密阶段,在高应力时,岩体基本处于裂隙闭合阶段,五参量模型参数间接反映了该变化。

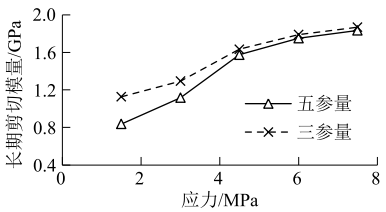

图 3　长期剪切模量与应力关系曲线

Fig.3　Variation of long-term shear modulus with stress

根据表 2 和表 3,蠕变模型剪切弹性模量、剪切黏弹性模量与应力的关系见图 4。根据图 4,在不同应力下,五参量模型剪切模量 G_1 随应力的增加而增加,且随应力的增加变化幅度逐渐减小;G_2 先随应力的增加而减小,后随应力的增加而增加。三参量模型的参数随应力的增加也略有增加,但变化的幅度较小。

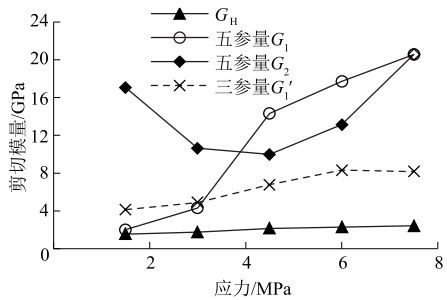

图 4　剪切模量与应力关系曲线

Fig.4　Variation of shear modulus with stress

根据表 2 和表 3,蠕变模型黏滞系数与应力的关系见图 5。由于五参量模型黏滞系数 η_1 较其他黏滞系数大了约 1 个数量级,为了匹配显示坐标,图 5 中其值缩小了 10 倍。根据图 5,五参量模型黏滞系数 η_1 先随应力的增加而增加,再随应力的增加而减小;η_2 先随应力增加而降低,后随应力的增加而微增。三参量模型黏滞系数规律性不明显。

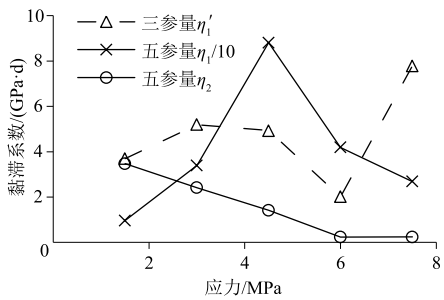

图 5　黏滞系数与应力曲线

Fig.5　Variation of viscosity with stress

从图 3—图 5 可看出,蠕变参数主要在 3 ~ 4.5 MPa应力下产生较大变化,说明隧洞围岩在低应力下先压密,蠕变效应逐渐减弱;在高应力下裂隙闭合,蠕变效应再逐渐增强的现象,反映了隧洞围岩松弛区岩体蠕变的变化规律。

通过上述对比,可看出五参量模型能反映岩体节理、裂隙或松弛等随应力的变化关系,比三参量模型具有更丰富的信息,对工程施工和设计具有较大的参考意义。

各级应力下的长期蠕变变形见表 4。在低应力下,五参量的长期变形相对三参量将增加50.8%;在高应力下,五参量模型的长期变形相对三参量约增加2.71%。可见蠕变模型选定的不同,对长期变形的影响较大。五参量的长期变形更大,采用五参量模型对工程安全更有利。

表 4　长期蠕变变形

Table 4　Long-term creep deformation

应力/MPa	五参量变形/mm	三参量变形/mm	五参量与三参量的相对差值/%
1.5	1.22	0.81	50.80
3.0	1.33	1.09	22.52
4.5	0.89	0.86	5.28
6.0	0.94	0.91	3.17
7.0	1.00	0.97	2.71

综上所述,五参量模型相比三参量模型精度更高、信息量更大。在低应力下,五参量模型的长期变形明显大于三参量模型;在高应力下,两者差距不明显。

3　结　论

通过对刚性承压板蠕变试验研究可以得到以下结论:

(1)广义 Kelvin 五参量模型拟合精度更高,可以兼容广义 Kelvin 五参量蠕变模型或 burgers 蠕变模型,对蠕变模型具有更好的适应性。

(2)刚性承压板蠕变试验广义 Kelvin 五参量模型可以得到更丰富的信息。通过蠕变试验参数模拟,高应力区隧洞围岩在低应力下先压密,蠕变效应逐渐减弱;在高应力下蠕变效应再逐渐增强,反映了隧洞围岩的蠕变变化规律。

(3)根据广义 Kelvin 五参量得到的长期剪切模量比根据广义 Kelvin 三参量得到的长期剪切模量低,从而导致变形更大,根据五参量模型计算蠕变长期变形,对岩体工程长期变形的评估偏于安全,可降低安全隐患。

应当指出的是,广义 Kelvin 五参量模型公式推导基于材料体积变形为弹性变形,在岩体材料未达到屈服或破裂前是可行的,且对极软岩或膨胀岩,由

于其体积在蠕变时可能产生较大变化,不能适用该公式。

参考文献(References):

[1] 蔡国军,吴富双,卫俊仁,等.砂岩流变力学特性试验与模型参数辨识研究[J].成都理工大学学报(自然科学版),2026,doi:10.12474/cdlgzrkx.23046.(Cai Guojun, Wu Fushuang, Wei Junren, *et al*. Study on rheological mechanical properties test and model parameter identification of sandstone[J].Journal of Chengdu University of Technology(Science & Technology Edition), 2026,doi:10.12474/cdlgzrkx.23046.(in Chinese))

[2] Eslami Andargoli M B,Shahriar K,Ramezanzadeh A,*et al*. The analysis of dates obtained from long-term creep tests to determine creep coefficients of rock salt[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment,2019,78(3):1617-1629.

[3] 项 明,张 喆,李梦博,等.盐岩岩芯制备方法及蠕变特性[J].科学技术与工程,2025,25(3):1018-1027.(Xiang Ming, Zhang Zhe, Li Mengbo, *et al*. Artificial preparation method and creep characteristics of salt rock core[J]. Science Technology and Engineering, 2025, 25(3): 1018-1027.(in Chinese))

[4] 郭燕忠.基于参数修正模型的 JM 矿岩石流变特性模拟[J].矿业研究与开发,2024,44(7):182-190.(Guo Yanzhong.Simulation of rheological properties of ore rock in JM mine based on parameter correction mode[J].Mining Research and Development,2024,44(7):182-190.(in Chinese))

[5] Hou R, Cui Q, Liu H, *et al*. A nonlinear visco-elasto-plastic creep model for sandstone considering creep initiation conditions and experimental verification[J]. Mechanics of Time-Dependent Materials, 2024, 29(1): 6.

[6] Fan J, Yang F, Li Z, *et al*. Creep constitutive model for salt rock considering loading and unloading path based on state variables[J]. Geomechanics and Geophysics for Geo-Energy and Geo-Resources, 2025, 11(1): 30.

[7] 陈卫忠,谭贤君,吕森鹏,等.深部软岩大型三轴压缩流变试验及本构模型研究[J].岩石力学与工程学报,2009,28(9):1735-1744.(Chen Weizhong, Tan Xianjun, Lyu Senpeng, *et al*. Research on large-scale triaxial compressive rheological test of soft rock in depth and its constitutive model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(9): 1735-1744.(in Chinese))

[8] 冯 杰,钟志彬,吕 蕾,等.侧向约束下原状软碎岩体变形特性试验研究[J].地下空间与工程学报,2025,21(3):950-958.(Feng Jie, Zhong Zhibin, Lyu Lei, *et al*. Experimental study on deformation characteristics of insitu soft crushed rock mass under lateral constraints[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2025, 21(3): 950-958.(in Chinese))

[9] 夏维学,张巨会.原状软碎岩体室内被动三轴变形特性研究[J].四川水力发电,2021,40(1):1-6.(Xia Weixue, Zhang Juhui. Laboratory study on passive triaxial deformation characteristics of undisturbed soft fractured rock mass[J]. Sichuan Water Power, 2021, 40(1): 1-6.(in Chinese))

[10] 白高峰,赵丰博,霍雨佳,等.某工程地基岩体流变特性现场试验研究[J].地基处理,2021,3(5):388-396.(Bai Gaofeng, Zhao Fengbo, Huo Yujia, *et al*. Field test study on rheological properties of foundation rock mass[J]. Journal of Ground Improvement, 2021, 3(5): 388-396.(in Chinese))

[11] 张强勇,张建国,杨文东,等.软弱岩体蠕变模型辨识与参数反演[J].水利学报,2008,39(1):66-72.(Zhang Qiangyong,Zhang Jianguo,Yang Wendong,*et al*.Identification of creep model and parameters inversion for soft rock mass[J].Journal of Hydraulic Engineering,2008,39(1):66-72.(in Chinese))

[12] 熊诗湖,周火明,钟作武.岩体载荷蠕变试验方法研究[J].岩石力学与工程学报,2009,28(10):2121-2127.(Xiong Shihu,Zhou Huoming,Zhong Zuowu.Study of methodology of plate-loading creep test of rock mass[J].Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2009,28(10):2121-2127.(in Chinese))

[13] 郭向龙.粘弹性地基计算模型综述[J].山西建筑,2010,36(32):117-119.(Guo Xianglong.General review on calculation model of viscoelastic foundation[J]. Shanxi Architecture,2010,36(32):117-119.(in Chinese))

[14] 王芝银,李云鹏.岩体流变理论及其数值模拟[M].北京:科学出版社,2008.(Wang Zhiyin, Li Yunpeng. Rheological theory of rock mass and its numerical simulation[M]. Beijing: Science Press, 2008.(in Chinese))

[15] 范广勤.岩土工程流变力学[M].北京:煤炭工业出版社,1993.(Fan Guangqin. Rheological mechanics of geotechnical engineering[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1993.(in Chinese))

[16] 于学馥,郑颖人,刘怀恒,等.地下工程围岩稳定分析[M].北京:煤炭工业出版社,1983.(Yu Xuefu, Zheng Yingren, Liu Huaiheng, *et al*. Stability analysis of surrounding rock of underground engineering[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1983.(in Chinese))

[17] 丁秀丽.岩体流变特性的试验研究及模型参数辨识[D].武汉:中国科学院武汉岩土力学研究所,2005.(Ding Xiuli.Experimental study on rheological properties of rock mass and model parameter identification[D].Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2005.(in Chinese))

[18] 徐芝纶.弹性力学[M].2 版.北京:人民教育出版社,1982:228.(Xu Zhilun.Elastic mechanics[M].2nd ed.Beijing:People's Education Press,1982:228.(in Chinese))

[19] 刘允芳,周 密.承压垫板法试验的研究[J].岩石力学与工程学报,2005,24(2):257-262.(Liu Yunfang, Zhou Mi. Experimental study on bearing pad[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(2): 257-262.(in Chinese))

(编辑:占学军)