

考虑降雨和蒸发条件的非饱和朗肯土压力计算分析

汪洋^{1,2}, 马淑芝², 贾洪彪², 任传健³

(1. 中国电建集团成都勘测设计研究院有限公司, 成都 610072; 2. 中国地质大学(武汉)工程学院, 武汉 430074; 3. 山东电力工程咨询院有限公司, 济南 250013)

摘要:降雨和蒸发会引起非饱和土体中水分的改变,从而导致基质吸力的变化。针对降雨和蒸发对非饱和土压力的影响,将稳定状态下非饱和土中的水流控制方程运用到朗肯土压力计算中,同时考虑中间主应力的影响,推导出降雨和蒸发条件下主动土压力公式和被动土压力公式,克服了朗肯土压力的不足。研究表明:降雨条件下,随着中间主应力参数 b 的增大和降雨强度的减小,主动土压力逐渐减小,被动土压力逐渐增大;蒸发条件下,随着中间主应力参数 b 和蒸发强度的逐渐增大,主动土压力逐渐减小,被动土压力逐渐增大。在进行土压力计算时,考虑降雨、蒸发和中间主应力的影响,更符合实际情况,更能发挥非饱和土体的自身性能。

关键词:非饱和土;降雨;蒸发;中间主应力;土压力

中图分类号: TU432 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-5485(2017)11-0096-05

1 研究背景

在实际工程中,我们所遇到的土体大部分为非饱和土。目前,对于饱和土体的理论及土压力的计算方法研究较多,而对于非饱和土体土压力的计算研究相对较少。当前发展较为成熟的非饱和土抗剪强度公式是 Bishop 提出的有效应力抗剪强度公式^[1]和 Fredlund 提出的双应力状态变量公式^[2],两公式都是基于 Mohr-Coulomb 公式建立起来的,两者主要的差别在于参数选取的不同。张常光等^[3]在双应力状态变量公式的基础上,考虑了非饱和土特性和中间主应力的影响,从而推导出了非饱和土的双应力状态变量的抗剪强度公式。张常光等^[4-5]通过对非饱和土的双应力状态变量的抗剪强度公式的应用,发现非饱和土中的基质吸力和中间主应力对结果影响显著,而利用 Mohr-Coulomb 公式求得的结果则较为保守。通过考虑非饱和土的特性及中间主应力,可以更好地发挥土体自身的性能。赵均海等^[6-7]在求解非饱和土库伦主动土压力和库伦被动土压力时,也考虑了中间主应力和土体自身的性能的影响,得到了非饱和土库伦土压力统一解。当然,降雨是影响非饱和土性能的一个重要因素。在降雨

条件下,土体中的水分逐渐增多,由非饱和状态逐渐转为饱和状态,土体的性能也慢慢发生变化。汪丁建等^[8]考虑了降雨对非饱和土的影响,基于 Iverson 提出的基于 Richards 方程边界问题的解析解^[9],推导了降雨条件下的非饱和土朗肯土压力公式。赵均海等^[10]在汪丁建等人研究的基础上,进一步考虑了土体的中间主应力和材料拉压比的影响。

然而,以上的求解都是基于降雨强度足够大的基础上,当降雨强度较小的时候则不再适用。同时,蒸发也会造成土体中水分的变化,从而导致基质吸力的变化。因此,本文在现有的非饱和土相关理论的基础上,考虑降雨和蒸发的影响,并结合统一强度理论,推导朗肯土压力的解析式。通过案例,分析中间主应力、降雨量和蒸发量对非饱和土朗肯土压力的影响。

2 非饱和土抗剪强度统一解

众多学者对非饱和土进行研究,提出了许多关于非饱和土的理论 and 抗剪强度公式^[11-13]。应用较为广泛的非饱和土抗剪强度公式是 Bishop 和 Fredlund 分别根据 Mohr-Coulomb 强度准则提出的。Bishop 的有效应力抗剪强度公式主要引入了有效应

收稿日期:2016-07-18;修回日期:2016-08-17

基金项目:国家自然科学基金项目(50908217)

作者简介:汪洋(1991-),男,安徽六安人,助理工程师,硕士,研究方向为岩土工程性质与稳定性,(电话)15377047232(电子信箱)1448224559@qq.com。

通信作者:马淑芝(1974-),女,安徽砀山人,教授,博士,主要从事岩土工程、地质工程方面的教学与科研工作,(电话)13387652308(电子信箱)419926022@qq.com。

力参数 χ , χ 是材料属性,它的值取决于土体的饱和度或者基质吸力。Fredlund 的双应力状态变量公式主要采用了吸力角 φ^b 。但是这 2 个公式中都没有考虑中间主应力的影响。俞茂宏等^[14]提出的双剪应力统一强度理论主要考虑了中间主应力对材料性能的影响,可以充分发挥材料的潜能。张常光等^[3]将双剪应力统一强度理论与 Fredlund 的双应力状态变量公式结合起来,采用类比的方法,建立了非饱和土抗剪强度统一解。其表达式为:

$$\tau_f = c'_t + (\sigma - \mu_a) \tan \varphi'_t + (\mu_a - \mu_w) \tan \varphi_t^b, \quad (1)$$

$$\sin \varphi'_t = \frac{b(1-m) + (2+b+bm) \sin \varphi^b}{2+b(1+\sin \varphi^b)}, \quad (2)$$

$$\sin \varphi_t^b = \frac{2(1+b) \sin \varphi^b}{2+b(1+\sin \varphi^b)}, \quad (3)$$

$$c'_t = \frac{2(1+b)c' \cos \varphi^b}{[2+b(1+\sin \varphi^b)] \cos \varphi'_t}. \quad (4)$$

式中: τ_f 为非饱和土的抗剪强度(kPa); c'_t 为统一有效黏聚力(kPa); φ_t^b 为与基质吸力有关的统一内摩擦角($^\circ$); φ'_t 为统一有效内摩擦角($^\circ$); σ 为总法向应力(kPa); μ_a 为空隙气压(kPa); $(\sigma - \mu_a)$ 为净法向应力(kPa); μ_w 为空隙水压(kPa); $(\mu_a - \mu_w)$ 为基质吸力(kPa); φ^b 为饱和土的有效内摩擦角; m 为中间主应力系数,根据所处应力状态取值,当在平面应变状态下时, $m=1$; φ^b 为与基质吸力成高度非线性关系的材料变量($^\circ$),其随基质吸力增加而降低; c' 为有效黏聚力; b 为统一强度理论参数, $0 \leq b \leq 1$,通过材料强度指标来确定。

3 非饱和土朗肯土压力统一解

为了将非饱和土破坏包面变为二维,把非饱和土抗剪强度统一解写成类似于 Mohr-Coulomb 公式的形式,则有

$$\tau_f = (\sigma - \mu_a) \tan \varphi'_t + c'_{tu}. \quad (5)$$

式中 $c'_{tu} = c'_t + (\mu_a - \mu_w) \tan \varphi_t^b$ 。

根据支挡结构物发生位移方向的不同,土压力可以分为主动土压力、被动土压力和静止土压力。本文非饱和土压力的分析是建立在朗肯土压力分析基础之上,同时考虑降雨、蒸发和中间主应力的影响。

3.1 主动土压力解

在朗肯主动土压力的分析中,假定墙后填土水平,墙背直立,且不计墙土之间的摩擦力。莫尔应力圆和破坏包络线的几何关系如图 1 所示。根据分析可得:

$$p_a = (\sigma_h - \mu_a)_a = (\sigma_v - \mu_a) k'_a - 2c'_{tu} \sqrt{k'_a}. \quad (6)$$

$$k'_a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'_t}{2} \right). \quad (7)$$

式中: $(\sigma_h - \mu_a)_a$ 为极限平衡状态下的主动土压力(kPa); σ_h 为总水平应力(kPa); σ_v 为总垂直应力(kPa); k'_a 为非饱和土主动土压力系数。

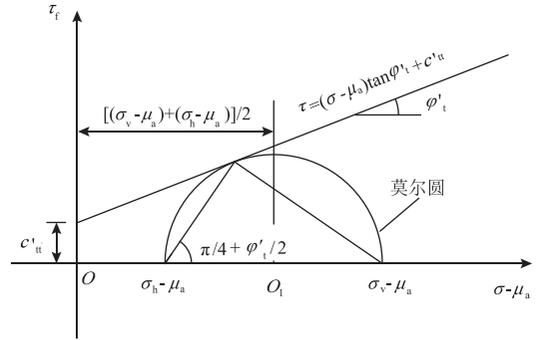


图 1 主动土压力下应力圆和破坏包络线的几何关系

Fig.1 Geometric relation between stress circle and failure envelope under active earth pressure

当支挡结构向离开土体的方向移动,达到极限平衡状态时,作用在支挡结构上的土压力为主动土压力 p_a 。

3.2 被动土压力解

当支护结构向着土体方向移动,达到极限平衡状态时,作用在支挡结构上的土压力为被动土压力 p_p ,其公式为:

$$p_p = (\sigma_h - \mu_a)_p = (\sigma_v - \mu_a) k'_p + 2c'_{tu} \sqrt{k'_p}. \quad (8)$$

$$k'_p = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'_t}{2} \right). \quad (9)$$

式中: $(\sigma_h - \mu_a)_p$ 为极限平衡状态下的被动土压力(kPa); k'_p 为非饱和土被动土压力系数。

4 降雨及蒸发下的非饱和土压力解

基质吸力在非饱和土体中起着重要的作用,土体中含水量的变化会引起基质吸力的变化,降雨和蒸发都会改变非饱和土体中的水分含量,从而导致基质吸力的改变^[15]。

在文献[16-18]中,假定降雨和蒸发状态都为稳定状态。以水平方向为 x 轴,竖直方向为 z 轴,建立 xOz 坐标系,如图 2 所示。

水流向上运动为蒸发状态,水流向下运动为降雨入渗状态。则稳定状态下非饱和土中的水流控制方程为

$$q = -k \frac{d(\psi_m + z)}{dz}. \quad (10)$$

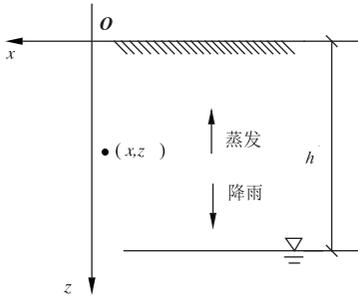


图2 xOz 坐标系

Fig.2 The xOz coordinate system

其中, $\psi_m = (\mu_w - \mu_a) / \gamma_w$ 。 (11)

式中: q 为垂直方向的单位面积流量 (m/s); 当 $q < 0$ 时, 称为降雨强度, 当 $q > 0$ 时, 称为蒸发强度; k 为非饱和土的渗透系数 (m/s); ψ_m 为基质势 (m); z 为重力势 (m); γ_w 为水的重度 (kN/m³)。

Gardner 通过非饱和土的土水特征曲线, 得到了渗透系数与基质吸力的经验公式^[19], 即

$$k = k_s e^{-\alpha(\mu_a - \mu_w)} \quad (12)$$

式中: k_s 为非饱和土的渗透系数 (m/s); α 为空气进气值的倒数 (kPa⁻¹), 根据土水特征曲线拟合得到。

将式(10)、式(11)和式(12)联立可得

$$q = -k_s e^{-\alpha(\mu_a - \mu_w)} \left[\frac{d(\mu_w - \mu_a)}{\gamma_w dz} + 1 \right] \quad (13)$$

将边界设置在地面处, 利用边界条件, 对式(13)进行积分^[16-18], 可得

$$\mu_a - \mu_w = -\frac{1}{\alpha} \ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-\alpha \gamma_w (h-z)} - \frac{q}{k_s} \right] \quad (14)$$

式中 h 为地面到地下水水位线的距离 (m)。

由于 $(\mu_a - \mu_w) > 0$, 且要满足式(14)的数学限定条件^[16-18], 则

$$0 < \left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-\alpha \gamma_w (h-z)} - \frac{q}{k_s} < 1 \quad (15)$$

从而得到

$$\begin{cases} \frac{q}{k_s} \geq -1 \\ \left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-\alpha \gamma_w (h-z)} > \frac{q}{k_s} \end{cases} \quad (16)$$

将式(14)代入式(6)中, 可得主动土压力为

$$p_a = -2 \left\{ c'_i - \frac{\tan \varphi_i}{\alpha} \ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-\alpha \gamma_w (h-z)} - \frac{q}{k_s} \right] \right\} \cdot \sqrt{k'_a} + (\sigma_v - \mu_a) k'_a \quad (17)$$

同理, 将式(14)代入式(8)中, 可得被动土压力为

$$p_p = 2 \left\{ c'_i - \frac{\tan \varphi_i}{\alpha} \ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-\alpha \gamma_w (h-z)} - \frac{q}{k_s} \right] \right\} \cdot \sqrt{k'_p} + (\sigma_v - \mu_a) k'_p \quad (18)$$

根据式(17)和式(18), 即可求得降雨及蒸发条件下的非饱和土土压力。

5 参数影响分析

分析式(17)和式(18)可以发现, 主动土压力 p_a 和被动土压力 p_p 与降雨及蒸发强度 q 和深度 z 有关。同时, 结合式(1)一式(5)可知, 参数 b 和参数 m 也会影响主动土压力 p_a 和被动土压力 p_p 。现考虑处于平面应变状态下, 取 $m=1$ 。因此, 主要分析降雨及蒸发强度 q 、深度 z 和参数 b 对土压力的影响。

现有一挡土墙, 墙为刚性, 不发生形变, $m=1$ 。墙后为均质的非饱和黏性土, 土的重度 $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$, 有效黏聚力 $c' = 10 \text{ kPa}$, 有效内摩擦角 $\varphi' = 20^\circ$, 与基质吸力相关的角 $\varphi^b = 13^\circ$, 空气进气值倒数 $\alpha = 0.01 \text{ kPa}^{-1}$, 土体的饱和渗透系数 $k_s = 3 \times 10^{-5} \text{ m/s}$ 。土体表面水平, 墙背直立光滑, 稳定时地下水水面距离地表 12 m 。

当降雨强度 $q = -3 \times 10^{-5} \text{ m/s}$, 参数 b 分别为 $0, 0.5, 1$ 时, 主动土压力 p_a 和被动土压力 p_p 随深度的变化如图3所示。

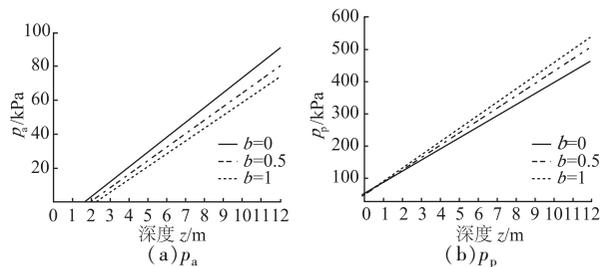


图3 降雨强度为常数时的 p_a 和 p_p

Fig.3 Curves of p_a and p_p when rainfall intensity is constant

图3(a)为主动土压力随深度和参数 b 变化的关系曲线。从图3(a)中可以发现, 当参数 b 一定时, 主动土压力随着深度 z 的增大而逐渐增大; 当深度 z 一定时, 随着参数 b 增大, 主动土压力减小。在 $b=0$ 时, 求得的主动土压力解即为朗肯主动土压力。当深度 $z=10 \text{ m}$ 时, $b=0$ 时求得的主动土压力比 $b=1$ 时求得的主动土压力大 24.77% 。

图3(b)为被动土压力随深度 z 和参数 b 变化的关系曲线。与主动土压力相同, 当 b 一定时, 随着深度的增大, 被动土压力逐渐增大。当深度 z 一定时, 被动土压力随着参数 b 的增大而增大。在深度 $z=10 \text{ m}$, $b=1$ 时求得的被动土压力比 $b=0$ 时求得的被动土压力大 18.05% 。说明中间主应力确实发挥了非饱和土自身的承载能力。

当参数 $b=0, q$ 分别为 $-3 \times 10^{-6}, -8 \times 10^{-7}$,

8×10^{-7} , 3×10^{-6} m/s 时, 主动土压力 p_a 和被动土压力 p_p 随深度的变化如图 4 所示。

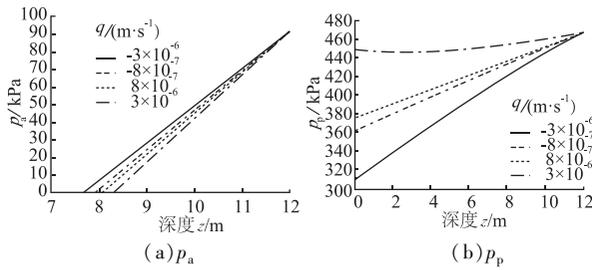


图 4 参数 b 为常数时的 p_a 和 p_p

Fig.4 Curves of p_a and p_p when parameter b is constant

图 4(a) 为主动土压力随深度 z 和降雨强度及蒸发强度 q 变化的关系曲线。 $q < 0$ 为降雨入渗状态, $q > 0$ 为蒸发状态。当 q 值一定时, 随着深度 z 的增大, 主动土压力逐渐增大。当深度 z 一定时, 降雨入渗量越大, 主动土压力越大; 蒸发量越大, 主动土压力越小。降雨入渗状态下的主动土压力大于蒸发状态下的主动土压力。最终, 当深度达到地下水水面时, 主动土压力与 q 无关, 此时基质吸力为 0。

图 4(b) 为被动土压力随深度和降雨强度及蒸发强度 q 的关系曲线。当深度 z 为 0 时, 此时被动土压力主要与土体的基质吸力有关。降雨量越小, 基质吸力越大。当为蒸发状态时, 蒸发量增大, 基质吸力增大。当蒸发强度 $q = 3 \times 10^{-6}$ m/s 时, 随着深度 z 逐渐增大, 其被动土压力先逐渐减小, 后又逐渐增大。主要因为深度 z 增大, 基质吸力逐渐减小, 上覆土体却逐渐增多, 是基质吸力与上覆土体重力共同影响的结果。当深度达到地下水水面时, 基质吸力为 0, 被动土压力与 q 无关。

当在深度 $z = 9$ m, q 分别为 -3×10^{-6} , -8×10^{-7} , 8×10^{-7} , 3×10^{-6} m/s 时, 主动土压力 p_a 和被动土压力 p_p 随参数 b 的变化如图 5 所示。

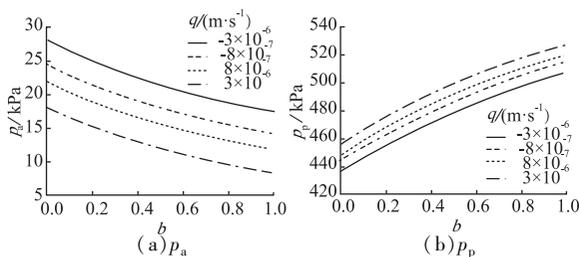


图 5 深度 z 为常数时的 p_a 和 p_p

Fig.5 Curves of p_a and p_p when depth z is constant

图 5(a) 为主动土压力随参数 b 和降雨蒸发强度 q 变化的关系曲线。当 q 一定时, 随着参数 b 的增大, 主动土压力逐渐减小。当参数 b 一定, 且降雨状态转为蒸发状态时, 随着 q 增大, 主动土压力逐渐减小。当 $b = 1$ 时, $q = -3 \times 10^{-6}$ m/s 时的主动土压力

比 $q = 3 \times 10^{-6}$ m/s 时的主动土压力大 106%。

图 5(b) 为被动土压力随参数 b 和降雨强度及蒸发强度 q 变化的关系曲线。当 q 一定时, 随着参数 b 的增大, 被动土压力逐渐增大。当参数 b 一定, 且由降雨状态转为蒸发状态时, 随着 q 增大, 被动土压力随之增大。当 $b = 1$ 时, $q = 3 \times 10^{-6}$ m/s 时的被动土压力比 $q = -3 \times 10^{-6}$ m/s 时的被动土压力大 4.3%。说明降雨及蒸发也影响了土压力的大小。

6 结 论

(1) 合理地考虑中间主应力的影响, 在非饱和土双应力状态变量公式的基础上, 结合统一强度理论, 并考虑降雨和蒸发的影响, 推导出非饱和土朗肯土压力解。本文方法与传统方法相比, 由于考虑了降雨、蒸发的影响, 可以与实际情况更吻合; 考虑了中间主应力, 可以充分发挥非饱和土的自身性能, 具有相当大的优势。

(2) 通过案例分析可以发现, 主动土压力随着参数 b 和 q 的增大而逐渐减小, 被动土压力随着参数 b 和 q 的增大而增大。当参数 b 一定, 在地下水水面处, 不同 q 值下的主动土压力相等, 且不同 q 值下的被动土压力也相等。

参考文献:

- [1] BISHOP A W, BLIGHT G E. Some Aspects of Effective Stress in Saturated and Partly Saturated Soil [J]. Géotechnique, 1963, 13(3): 177-197.
- [2] FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil Mechanics for Unsaturated Soil [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- [3] 张常光, 张庆贺, 赵均海. 非饱和土抗剪强度及土压力统一解[J]. 岩土力学, 2010, 31(6): 1871-1876.
- [4] 张常光, 李 艳, 朱 倩. 考虑中间主应力的非饱和土边坡安全系数新解[J]. 水利水电科技进展, 2014, 34(6): 27-30.
- [5] 张常光, 孙珊珊, 殷 佳. 考虑中间主应力的非饱和土刚性挡墙抗倾覆稳定性[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2014, 46(6): 44-48.
- [6] 赵均海, 梁文彪, 张常光, 等. 非饱和土库仑主动土压力统一解[J]. 岩土力学, 2013, 34(3): 609-614.
- [7] 赵均海, 周先成, 李 艳. 基于双剪统一强度理论的非饱和土库仑被动土压力统一解[J]. 工业建筑, 2015, 45(10): 101-105.
- [8] 汪丁建, 童龙云, 邱岳峰. 降雨入渗条件下非饱和土朗肯土压力分析[J]. 岩土力学, 2013, 34(11): 3192-3196.

- [9] IVERSON R M. Landside Triggering by Rain Infiltration[J]. *Water Resources Research*, 2000, 36(7):1897-1910.
- [10] 赵均海,殷佳,张常光,等.降雨条件下非饱和朗肯土压力统一解[J]. *建筑科学与工程学报*, 2016, 33(2): 1-6.
- [11] ÖBERG A L, SÄLLFORS G. Determination of Shear Strength Parameters of Unsaturated Silts and Sands Based on the Water Retention Curve[J]. *Geotechnical Testing Journal*, 1997, 20(1):40-48.
- [12] FREDLUND D G, MORGENSTEM N R, WIDGER R A. The Shear Strength of Unsaturated Soil[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1978, 15(3): 313-321.
- [13] GARVEN E A, VANAPALLI S K. Evaluation of Empirical Procedures for Predicting the Shear Strength of Unsaturated Soil[C]//*Proceedings of the Fourth International Conference on Unsaturated Soil 2006*. Carefree, Arizona, April 2-6, 2006: 2570-2581.
- [14] 俞茂宏,何丽南,宋凌宇.双剪应力强度理论及其推广[J]. *中国科学(A辑)*, 1985, (12):1113-1120.
- [15] 丁少林,左昌群,刘代国,等.非饱和残积土土水特征研究及基质吸力估算[J]. *长江科学院院报*, 2016, 33(3):98-103.
- [16] LU N, LIKOS W J. *Unsaturated Soil Mechanics* [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2004.
- [17] LU N, LIKOS W J. *非饱和土力学* [M]. 韦昌富, 侯龙, 简文星, 译.北京:高等教育出版社, 2012.
- [18] LU N, GRIFFITHS D V. Profiles of Steady-state Suction Stress in Unsaturated Soils[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2004, 130(10): 1063-1076.
- [19] 汪美春,汪东林.一维稳态入渗时非饱和土基质吸力分布[J]. *岩土工程技术*, 2007, 21(4):196-198.

(编辑:罗娟)

Calculation and Analysis on Rankine's Earth Pressure of Unsaturated Soil in Rainfall and Evaporation Conditions

WANG Yang^{1,2}, MA Shu-zhi², JIA Hong-biao², REN Chuan-jian³

(1.Chengdu Engineering Corporation Limited, Power China, Chengdu 610072, China;

2.Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China;

3. Shandong Electric Power Engineering Consulting Institute Corp., Ltd., Jinan 250013, China)

Abstract: Rainfall and evaporation give rise to the change of moisture in unsaturated soil, hence resulting in the change of matrix suction. In view of this, we applied the water flow control equation to the calculation of Rankine's earth pressure of unsaturated soil at steady state. Meanwhile, we overcome the shortcomings of Rankine's earth pressure by deriving the formulas of active earth pressure and passive earth pressure under rainfall and evaporation conditions in consideration of the influence of intermediate earth pressure. Results showed that under the condition of rainfall, with the increase of parameter b and the decrease of rainfall intensity, the active earth pressure decreased gradually and the passive earth pressure increased gradually; while under the condition of evaporation, with a gradual increase of parameter b and evaporation intensity, the active earth pressure decreased gradually and the passive earth pressure increased gradually. Taking the influences of rainfall, evaporation and intermediate principal stress into account in calculating the earth pressure is more consistent with the actual situation, and could also give more play to unsaturated soil's properties.

Key words: unsaturated soil; rainfall; evaporation; intermediate principal stress; soil pressure

本刊投稿邮箱网址: <http://ckyyb.crsri.cn>