doi:10.11988/ckyyb.20170327 2017,34(11):89-95

基于应变屈服临界的岩石黏弹塑性蠕变模型研究

蒋昱州[1a],王 奔[1b],王瑞红[2],卢 波[1a],李 聪[1a],朱杰兵[1a]
(1. 长江科学院 a.水利部岩土力学与工程重点实验室;b.信息中心,武汉 430010;
2. 三峡大学 三峡库区地质灾害教育部重点实验室,湖北 宜昌 443002)

摘 要:为了研究岩石的非线性加速蠕变特性,依据岩石蠕变变形不同阶段的力学特征,划分出了岩石由变形发展至破裂需经历的不同黏弹塑性状态,并给出了相应状态的蠕变力学特性。假定岩石在三轴压缩试验条件下,发生延性剪切破坏,推导了应变空间 Drucker-Prager 准则的临界状态转化的最大剪应变判别式。基于 Perzyna 黏塑理论,考虑后继屈服硬化作用,引入统计损伤因子,构建了能描述非线性加速蠕变特性的黏弹塑性损伤演化模型;采用岩石全自动伺服三轴蠕变试验机对三峡库区典型砂岩试样开展了蠕变试验,得到了岩石试样在不同应力水平作用下的蠕变变形曲线。结果表明:蠕变试验中,岩样力学性质的时效特征显著,在最后一级应力水平作用下发生了非线性加速蠕变现象。基于提出的黏弹塑性蠕变模型对试验曲线进行拟合,拟合结果说明模型能够较好地反映砂岩蠕变 3 个阶段变形的规律特征,拟合效果较好。

关键词:岩石力学;黏弹塑性;蠕变力学试验;损伤;本构模型
中图分类号:TU452 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-5485(2017)11-0089-07

1 研究背景

岩石蠕变力学特性研究是岩石力学中的重要课题之一。近些年来,岩土工程的建设规模越来越大,所面临的相关岩体力学问题也愈来愈复杂,岩土工程安全与稳定性的时间效应问题日益引人关注。其中在已经建成的工程中发生的时效特性问题更为突出,许多岩土工程的变形和失稳破坏并不是即刻发生的,而是随着时间的推移逐渐萌育、发展而成的[1-3]。目前,在岩石实际工程计算与设计中常采用的本构模型与参数仍然是线弹性和弹塑性的,难以满足日趋多样化和复杂化的重大工程的要求。因此,开展岩石非线性黏弹塑性蠕变本构模型研究,具有重要的理论与实际意义。

岩石材料在长期承受较大外荷载时会表现出显著的时效特性。当前,尽管在岩石的蠕变本构模型方面已经取得了一些相关科研成果,但岩石的非线性蠕变模型理论的研究远没有达到成熟的程度。

夏才初等[4](2009 年)基于高围压卸载条件下锦屏大理岩的流变特征,以 Cristescu 本构模型为基础提出了一种新的流变模型,并依据流变试验成果确定了模型对应的参数,所建立的模型既能够考虑卸荷应力路径的影响,同时也能较好地描述侧向流变变形规律。李建林等[5-6](2010,2012 年)针对三峡库区砂岩进行了较为系统的三轴卸载蠕变力学试验研究,将损伤因子引入黏性参数进而描述加速阶段蠕变特性,构建了相应的非线性卸荷蠕变力学模型。朱杰兵等[7](2010 年)对锦屏水电工程典型的绿砂岩进行了逐级卸载围压应力条件下的蠕变力学试验,从岩石材料的内部损伤角度出发,认为岩样的蠕变力学参数与黏性应变呈非线性关系,且随着黏性应变的增大逐渐劣化,从而建立了岩石非线性损伤本构方程。李娜等[8-9](2011,2012 年)以金川矿区工程的深部斜长角闪岩作为试验研究对象,基于西原正夫模型分析了岩石黏弹塑性的蠕变力学特性,认为西原正夫模型可以较为准确地描述岩样的长期蠕变变形规律。杨文东等[10](2012 年)认为辉绿岩试样在降低围压的过程中变形将逐步由弹性向塑性转变,并对 Burgers 模型的相应参数进行了变异

收稿日期:2017-03-27;**修回日期**:2017-04-13
基金项目:国家自然科学基金项目(51579017,51479102,51109014,41672320);国家重点研发计划项目(2016YFC0401801);长江科学院基本科研业务费项目(CKSF2016008/YT,CKSF2017066/YT)
作者简介:蒋昱州(1982-),男,广西全州人,高级工程师,博士,主要从事岩石力学与工程方面的研究工作,(电话)13628699066(电子信箱)jiangyuzhou5586@163.com。
通信作者:王瑞红(1981-),女,甘肃渭源人,教授,博士,主要从事岩石力学与工程方面的教学与研究工作,(电话)18171288529(电子信箱)43604258@qq.com。

处理,由此来反映加速蠕变阶段的非线性特征。

当前多数屈服破坏准则与本构模型是从应力角度推导得到的,对于恒定荷载条件下材料发生蠕变力学行为而言,岩石材料进入稳态或是加速蠕变状态后仍然用应力标准来描述其力学特性已不再合适;当岩石所承受的外荷载大于长期强度时,且在外部应力恒定不变的情况下,岩石变形随时间的推移逐渐增大并最终发生破裂。

本文依据蠕变变形不同阶段的力学特征,划分出了不同的黏弹塑性状态。试图构建能描述非线性加速蠕变特性的黏弹塑性损伤演化模型,并开展砂岩蠕变力学试验,探讨模型的拟合效果。

2 应变屈服临界分析

2.1 黏弹塑性区域划分

通常可以认为岩石在外部恒定荷载长期作用下,会发生蠕变现象;当所承受的外荷载小于某值时,岩石的蠕变变形速率随时间的发展逐渐变小,蠕变变形也会逐渐趋于收敛,岩石不会持续变形而导致破裂;当外部荷载大于或等于某值时,岩石的蠕变变形会一直增加并最终发生破坏;这个承载临界值即称为岩石的长期强度[11-12]。

岩石从承受外部恒载至蠕变破坏通常需要经历3个不同阶段,即:初期衰减蠕变阶段、稳态蠕变阶段与加速蠕变阶段。当岩石只表现出衰减蠕变特征时,可以认为岩石的变形会随着时间推移而逐渐收敛稳定;当岩石处于稳态蠕变或者加速蠕变阶段时,可以认为岩石最终会持续变形并最终发生破坏。因此,岩石的长期强度可以作为衰减蠕变过渡到稳态蠕变阶段的阈值。

下面定义岩石的不同状态及其各状态间转换的屈服条件。

如图1,岩石材料黏弹塑性状态可划分为4种类型。其中 ε_{ij} 为应变张量;$f^{\infty}(\varepsilon_{ij})$ 为长期强度屈服函数;$f^{\mathrm{acc}}(\varepsilon_{ij})$ 为加速蠕变临界屈服函数;$f^{\mathrm{p}}(\varepsilon_{ij})$ 为破坏屈服函数。

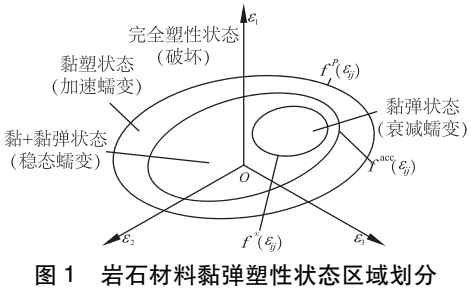


图1 岩石材料黏弹塑性状态区域划分

Fig.1 Zoning of viscoelastic-plastic states of rock

在应变空间里,当岩石材料所受外荷载低于长期强度时,其处于黏弹状态,主要表现出衰减蠕变特性,当荷载卸除后,其变形会逐渐恢复,长期强度屈服函数 $f^{\infty}(\varepsilon_{ij})<0$;当岩石材料所受外荷载大于等于长期强度,小于加速蠕变门槛强度时,其处于黏+黏弹状态,主要表现出稳态蠕变特性,当荷载卸除后,其部分变形不会恢复,长期强度屈服函数 $f^{\infty}(\varepsilon_{ij})\geqslant 0$,非线性加速蠕变临界屈服函数 $f^{\mathrm{acc}}(\varepsilon_{ij})<0$;当岩石材料所受外荷载大于等于加速蠕变门槛强度,小于破坏强度时,其处于黏塑状态,主要表现出非线性加速蠕变特性,加速蠕变临界屈服函数 $f^{\mathrm{acc}}(\varepsilon_{ij})\geqslant 0$,破坏屈服函数 $f^{\mathrm{p}}(\varepsilon_{ij})<0$;当岩石材料所受外荷载大于破坏强度时,其处于完全塑性状态,破坏屈服函数 $f^{\mathrm{p}}(\varepsilon_{ij})\geqslant 0$,岩石发生破坏。综上,黏弹状态、黏+黏弹状态、黏塑状态、完全塑性状态及其相应蠕变特性可依次表述为式(1)中的4个不等式,即

$$\begin{cases} f^{\infty}(\varepsilon_{ij})<0 \ ; \\ f^{\infty}(\varepsilon_{ij})\geqslant 0 \ , f^{\mathrm{acc}}(\varepsilon_{ij})<0 \ ; \\ f^{\mathrm{acc}}(\varepsilon_{ij})\geqslant 0 \ , f^{\mathrm{p}}(\varepsilon_{ij})<0 \ ; \\ f^{\mathrm{p}}(\varepsilon_{ij})\geqslant 0 \quad 。 \end{cases} \tag{1}$$

2.2 应变屈服临界分析

准确来说,岩土工程中屈服与破坏是不同的概念。怎样选择适宜的灾变准则,并确定临界屈服与破坏状态,有待进一步研究。当前较多屈服破坏准则是从应力角度给出的,对于黏弹塑性材料而言,进入黏塑性状态后仍然用应力为标准来描述其力学状态是不适宜的,从应变角度来考虑较为合适。当岩石材料承受的外荷载大于长期强度时,在外部应力条件不变的情况下,岩石变形随时间的推移逐渐增大,当内部应变到达加速蠕变门槛值时,岩石会发生非线性加速蠕变现象,并且应变最终会达到破坏强度而发生破裂。

Drucker-Prager 准则(简称 D-P 准则)实际上是 Mises 准则的推广,在主应力空间其形状为圆锥面,在 π 平面上的投影为圆形,屈服函数沿着曲面外法线方向的导数可确定,在求导处光滑连续,方便应用于数值计算。D-P 准则考虑了中间主应力的作用,也可以反映静水压力对岩石屈服过程的影响,能够描述剪胀扩容特性[13];选用内接 D-P 准则来模拟岩石材料的屈服破坏特征。在应变空间中,D-P 准则的屈服函数可表示为

$$f(I'_1,J'_2,J'_3)=\alpha' I'_1+\sqrt{J'_2}-k'=0 \ 。 \tag{2}$$

式中：I'_1, J'_2, J'_3 分别为应变张量的第 1、第 2、第 3 不变量；α'，k' 为材料参数，其值为正常数。对于内角外接圆锥有

$$\begin{cases} \alpha' = \dfrac{1+\mu}{1-2\mu}\dfrac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3+\sin\varphi)} \\ k' = \dfrac{1+\mu}{E}\dfrac{6c\cos\varphi}{\sqrt{3}(3+\sin\varphi)} \end{cases} 。 \tag{3}$$

式中：μ 为泊松比；φ 为内摩擦角；c 为黏聚力；E 为弹性模量。

在岩石处于恒载作用下，长期蠕变状态时，通常基于应力空间得到的屈服准则无法判断岩石材料是否达到发生非线性加速蠕变的临界阈值，也无法判断在应力状态不变条件下由于蠕变变形导致岩石破坏的现象；而基于应变空间的屈服准则可以克服这类不足[14-15]，能够描述岩石的这种蠕变力学特性。

一般岩石材料的破坏可分为拉伸破坏和剪切破坏，其中拉伸破坏主要表现为脆性破坏，剪切破坏则既存在脆性破坏也存在延性破坏；认为岩石在三轴压缩试验条件下，发生延性剪切破坏。岩石材料的应变屈服、破坏或临界准则可以表达为

$$\gamma_{\max} - \gamma_c \leqslant 0 。 \tag{4}$$

式中：γ_c 为岩石材料到达某种屈服临界状态时的极限应变容许值；$\gamma_{\max}$ 为岩石内部某点的主剪应变最大值，当剪应变达到临界状态极限值时岩石材料就发生状态转变。

将剪应变分解为弹性剪应变 γ^e 与塑性剪应变 γ^p，即

$$\gamma_{\max} = \gamma^e + \gamma^p 。 \tag{5}$$

弹性剪应变可以基于广义胡克定律得到。依据塑性理论，塑性最大主剪应变的增量形式为

$$\mathrm{d}\gamma^p = \mathrm{d}\varepsilon_1^p - \mathrm{d}\varepsilon_3^p = \mathrm{d}\lambda\left(\frac{\partial\psi}{\partial\sigma_1} - \frac{\partial\psi}{\partial\sigma_3}\right) 。 \tag{6}$$

式中：$\mathrm{d}\lambda$ 是塑性因子；σ_1，σ_3 分别为第 1、第 3 主应力；ε_1^p，ε_3^p 分别为第 1、第 3 主应变的塑性部分；ψ 为屈服函数，可表示为

$$\psi(\sigma_{ij},\kappa) = \psi(\sigma_m, \sqrt{J_2}, J_3, \kappa) = 0 。 \tag{7}$$

式中：J_2, J_3 分别为应力张量的第 2、第 3 不变量；σ_{ij} 为应力张量；κ 为硬化参数；σ_m 为球应力张量。

σ_{ij} 可以由弹性应变张量 ε_{kl}^e 表示为：

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}\varepsilon_{kl}^e ； \tag{8}$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p ； \tag{9}$$

$$\mathrm{d}\kappa = H_{ij}\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^p 。 \tag{10}$$

式中：D_{ijkl} 为弹性刚度张量；H_{ij} 为常数；ε_{ij} 为应变张量；ε_{ij}^e，ε_{ij}^p 分别为应变张量的弹性部分与塑性部分。

进一步设塑性势函数 Q 为

$$Q(\sigma_{ij},\kappa) = Q(\sigma_m, \sqrt{J_2}, J_3, \kappa) = 0 。 \tag{11}$$

基于塑性流动法则得到塑性应变增量为

$$\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^p = \mathrm{d}\lambda\left(\frac{\partial Q}{\partial\varepsilon_{ij}}\right) 。 \tag{12}$$

根据一致性条件 $\mathrm{d}\psi = 0$，可以推导得到

$$\mathrm{d}\lambda = \frac{\dfrac{\partial\psi}{\partial\varepsilon_{ij}}\mathrm{d}\varepsilon_{ij}}{\dfrac{\partial\psi}{\partial\varepsilon_{mn}}\dfrac{\partial Q}{\partial\varepsilon_{mn}} - \dfrac{\partial\psi}{\partial\kappa}H_{kl}\dfrac{\partial Q}{\partial\varepsilon_{kl}}} 。 \tag{13}$$

式中：ε_{mn}，ε_{kl} 均为应变张量；H_{kl} 为常数。

将式(13)代入式(12)，得到塑性应变增量为

$$\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^p = \frac{\dfrac{\partial Q}{\partial\varepsilon_{ij}}\dfrac{\partial\psi}{\partial\varepsilon_{pq}}\mathrm{d}\varepsilon_{pq}}{\dfrac{\partial\psi}{\partial\varepsilon_{mn}}\dfrac{\partial Q}{\partial\varepsilon_{mn}} - \dfrac{\partial\psi}{\partial\kappa}H_{kl}\dfrac{\partial Q}{\partial\varepsilon_{kl}}} 。 \tag{14}$$

式中 ε_{pq} 为应变张量。

假设岩石材料发生等向硬化，于是有

$$\mathrm{d}\lambda = \left(-\frac{\partial\psi}{\partial\kappa}\frac{\partial\kappa}{\partial\varepsilon_{ij}^p}\frac{\partial Q}{\partial\sigma_{ij}}\right)^{-1}\frac{\partial\psi}{\partial\sigma_{kl}}\mathrm{d}\sigma_{kl} 。 \tag{15}$$

式中 σ_{kl} 为应力张量。

选用 Drucker-Prager 屈服准则，并采用关联流动法则 $Q = \psi$，可以求得塑性因子为

$$\mathrm{d}\lambda = \frac{3\alpha K\mathrm{d}\varepsilon_v + G\dfrac{1}{\sqrt{J_2}}S_{ij}\mathrm{d}\varepsilon_{ij}}{9\alpha^2K + G} 。 \tag{16}$$

式中：K 为岩石材料的体积模量；G 为剪切模量；ε_v 为体积应变；S_{ij} 为偏应力张量；α 为材料参数。得到塑性最大主剪应变的增量为

$$\mathrm{d}\gamma^p = \frac{\mathrm{d}\lambda}{2\sqrt{J_2}}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{3\alpha K\mathrm{d}\varepsilon_v + G\dfrac{1}{\sqrt{J_2}}S_{ij}\mathrm{d}\varepsilon_{ij}}{(9\alpha^2K + G)2\sqrt{J_2}}(\sigma_1 - \sigma_3) 。 \tag{17}$$

进而可以求得岩石内部某点的主剪应变增量的最大值为

$$\mathrm{d}\gamma_{\max} = \frac{1+\mu}{E}(\mathrm{d}\sigma_1 - \mathrm{d}\sigma_3) + \frac{3\alpha K\mathrm{d}\varepsilon_v + G\dfrac{1}{\sqrt{J_2}}S_{ij}\mathrm{d}\varepsilon_{ij}}{(9\alpha^2K + G)2\sqrt{J_2}}(\sigma_1 - \sigma_3) 。 \tag{18}$$

3　岩石黏弹塑性模型研究

岩石在蠕变过程中，存在有瞬时变形 ε_{ij}^e、黏弹

变形 ε_{ij}^{ve}、黏性变形 ε_{ij}^{v} 与黏塑变形 ε_{ij}^{vp}，即

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{e} + \varepsilon_{ij}^{ve} + \varepsilon_{ij}^{v} + \varepsilon_{ij}^{vp} \quad 。 \tag{19}$$

当内部剪应变小于长期应变强度时，岩石处于衰减蠕变阶段，即

$$\gamma_{max} < \gamma_{\infty} \quad 。 \tag{20}$$

式中 γ_{∞} 为长期应变。

此时岩石的变形包括瞬时变形与黏弹变形，利用广义 Kelvin 模型来进行描述，其三维应力条件下的蠕变模型的本构方程为

$$\varepsilon_{ij} = \frac{S_{ij}}{2G_m} + \frac{1}{3K}\sigma_m\delta_{ij} + \frac{S_{ij}}{2G_k}\left[1 - \exp(-\frac{G_k}{\eta_k}t)\right] \quad 。 \tag{21}$$

式中：G_m 为 Maxwell 体的剪切模量；G_k 为 Kelvin 体的剪切模量；η_k 为 Kelvin 体的黏滞系数；δ_{ij} 为 Kronecker 函数；t 为蠕变时间。当剪应变大于等于长期应变强度，且小于加速蠕变对应的剪应变阈值时，岩石将发生稳态蠕变现象。对应的表达式为

$$\gamma_{\infty} \leqslant \gamma_{max} < \gamma_{acc} \quad 。 \tag{22}$$

式中 γ_{acc} 为加速蠕变对应的剪应变阈值。

此时岩石的变形包括瞬时变形、黏弹变形及黏性变形，利用 Burgers 蠕变来进行描述，其三维应力条件下的蠕变模型的本构方程为

$$\varepsilon_{ij} = \frac{S_{ij}}{2G_m} + \frac{1}{3K}\sigma_m\delta_{ij} + \frac{S_{ij}}{2\eta_m}t + \frac{S_{ij}}{2G_k}\left[1 - \exp(-\frac{G_k}{\eta_k}t)\right] \quad 。 \tag{23}$$

式中 η_m 为 Maxwell 体的黏滞系数。当剪应变大于等于加速蠕变对应的剪应变阈值，且小于破坏剪应变值时，岩石将发生非线性加速蠕变现象。对应的表达式为

$$\gamma_{acc} \leqslant \gamma_{max} < \gamma_{c} \quad 。 \tag{24}$$

此时岩石的变形包括瞬时变形、黏弹变形、黏性变形及黏塑性变形；此时，其三维应力条件下的蠕变模型的本构方程可以表示为

$$\varepsilon_{ij} = \frac{S_{ij}}{2G_m} + \frac{1}{3K}\sigma_m\delta_{ij} + \frac{S_{ij}}{2\eta_m}t + \frac{S_{ij}}{2G_k}\left[1 - \exp(-\frac{G_k}{\eta_k}t)\right] + \varepsilon_{ij}^{vp} \quad 。 \tag{25}$$

基于 Perzyna 黏塑理论[16-17]，黏塑应变速率 $\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}$ 可表示为

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \zeta\langle\varphi(\psi)\rangle\frac{\partial f}{\partial\sigma_{ij}} \quad 。 \tag{26}$$

式中：ζ 为岩石材料的黏性系数；$\varphi(\psi)$ 为 ψ 的功能函数；“〈〉”为麦考利括号；ψ 为等向强化后继屈服函数，可以表示为

$$\psi(\sigma_{ij},\kappa) = f(\sigma_{ij}) - z\kappa\varepsilon_{kl}^{vp} = 0 \quad 。 \tag{27}$$

式中 z 为岩石材料系数。

取 D-P 准则的应力函数为

$$f(\sigma_{ij}) = \alpha\sigma_m + \sqrt{3J_2} \quad 。 \tag{28}$$

于是式(26)可变换为

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \zeta\langle\varphi(\frac{\alpha\sigma_m + \sqrt{3J_2} - z}{\kappa})\rangle(\alpha\frac{\partial\sigma_m}{\partial\sigma_{ij}} + \frac{\partial\sqrt{3J_2}}{\partial\sigma_{ij}}) = \zeta\langle\varphi(\frac{\alpha\sigma_m + \sqrt{3J_2} - z}{\kappa})\rangle(\frac{1}{3}\alpha\delta_{ij} + \frac{3}{2}\frac{s_{ij}}{\sqrt{3J_2}}) \quad 。 \tag{29}$$

引入黏塑性应变率强度，可表示为

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}} = \zeta\langle\varphi(\frac{\alpha\sigma_m + \sqrt{3J_2} - z}{\kappa})\rangle\sqrt{1 + \frac{2}{9}\alpha^2} \quad 。 \tag{30}$$

基于 Lemaitre 假设，φ，κ 可以表示为

$$\begin{cases}\varphi(\psi) = \psi^{n} \quad ；\\ \kappa(\varepsilon_{vp}) = (\varepsilon_{vp})^{-\frac{m}{n}} \quad 。\end{cases} \tag{31}$$

式中：m，n 为常数且有 $0 > m > 1 - n$；ε_{vp} 为黏塑应变，于是式(30)可以变换为

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \zeta(\alpha\sigma_m + \sqrt{3J_2} - z)^{n}(\varepsilon_{vp})^{m}\sqrt{1 + \frac{2}{9}\alpha^2} \quad 。 \tag{32}$$

对式(32)进行时间积分，可得到

$$\varepsilon_{vp} = [\zeta(1 + \frac{2}{9}\alpha^2)(1 - m)]^{\frac{1}{1-m}} \cdot (\alpha\sigma_m + \sqrt{3J_2} - z)^{\frac{n}{1-m}}\Delta t^{\frac{1}{1-m}} \quad 。 \tag{33}$$

令 $a = (1-m)^{\frac{n}{1-m}}$，式(33)可表示为

$$\varepsilon_{vp} = \left[\frac{\zeta(1 + \frac{2}{9}\alpha^2)}{a}\right]^{a}(\alpha\sigma_m + \sqrt{3J_2} - z)^{\frac{1}{1-m}}\Delta t^{a} \quad 。 \tag{34}$$

式中：$\Delta t = t - t_{acc}$，t_{acc} 为达到加速蠕变剪应变阈值所对应的时间，由于 $0<a<1$，故不能准确地描述岩石的非线性加速蠕变现象。

岩石材料产生非线性加速蠕变的主要原因是内部微裂隙、位错及孔洞等初始缺陷，在恒定外荷载作用下，会发生演化扩展，岩石内部的矿物颗粒也会产生晶粒滑移等，这些内部微细观变化使得岩石宏观变形呈非线性变化规律[18-21]。假定内部剪应变大于等于加速蠕变对应的剪应变阈值时，岩石材料开始发生损伤，且在非线性加速蠕变过程中，其损伤量服从时间的 Weibull 分布，利用统计损伤来描述岩石加速蠕变阶段的非线性特征。

假定加速蠕变阶段岩石内部应变微元破坏服从 Δt 的 Weibull 分布，其概率密度函数可表示为

$$w(\Delta t) = b(\Delta t)^{b-1}\exp^{-(\Delta t)^b} \quad 。 \qquad (35)$$

式中：Δt 为加速蠕变的时间；w 为 Weibull 分布的概率密度函数；b 为 Weibull 分布的参数，反映非线性加速蠕变的快慢。在经历时间 Δt 的加速蠕变后，岩石材料内部的损伤量为

$$D=\int_0^{\Delta t} w(x)\,\mathrm{d}x = 1-\exp[-(\Delta t)^b] \quad 。 \qquad (36)$$

将统计损伤引入式(34)得到相应的损伤蠕变模型的黏塑应变为

$$\varepsilon_{vp} = \left[\frac{\zeta(1+\frac{2}{9}\alpha^2)}{a}\right]^a \frac{(\alpha\sigma_m + \sqrt{3J_2} - z)^{na}}{1-D}\Delta t^a = \left[\frac{\zeta(1+\frac{2}{9}\alpha^2)}{a}\right]^a (\alpha\sigma_m + \sqrt{3J_2} - z)^{na} \cdot \Delta t^a \exp[(\Delta t)^b] \quad 。 \qquad (37)$$

4　蠕变力学试验与模型验证

采用 TLW-2000 型伺服控制岩石三轴流变试验系统对三峡库区典型砂岩试样进行三轴蠕变力学试验。试样根据国际岩石力学学会(ISRM)推荐的标准要求进行加工，尺寸为 50 mm×100 mm(直径×高)，圆柱体岩样上下端面需打磨平整，典型砂岩试样如图 2 所示。



(a)试验前　　(b)试验后

图 2　砂岩试样试验前后照片

Fig.2　Photos of sandstone specimen before and after test

岩石三轴蠕变试验过程中保持实验室的温度和湿度恒定。采用保持围压 5 MPa 恒定，偏应力由 40 MPa 逐级加载直到岩样破坏为止，每一级的加载量为 2.5 MPa，加载过程的速率为 0.5 MPa/min。当完成每级加载步骤后，保持轴向、围向应力状态恒定，等蠕变的变形速率稳定后，再接着加载下一级的应力水平，以此类推，直到岩样破坏后蠕变力学试验结束。

砂岩试样三轴蠕变试验曲线见图 3。

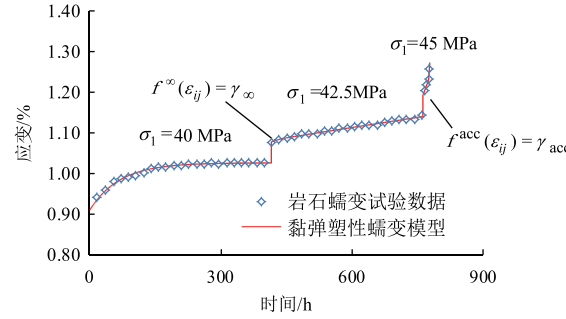


图 3　岩石蠕变试验数据及黏弹塑性模型拟合曲线

Fig.3　Test creep data and fitted curve of creep constitutive model

由图 3 可见，在长期外荷载作用下，当应力水平相对较低时，岩样的蠕变特性并不显著，主要表现出来的是初期衰减蠕变，蠕变的速率随着时间的增长逐渐趋向于 0；继续增加偏应力，岩样的蠕变变形特征变得越来越显著，当应力水平值加载至最后一级 45.0 MPa 时，随着承载时间的增加，岩样呈现蠕变变形典型的 3 个阶段特征，并非线性地加速蠕变至破裂。

由图 3 可以看出，提出的黏弹塑性蠕变本构模型能够较好地描述砂岩在各级偏应力水平下的蠕变规律，可以反映砂岩在三轴应力水平下不同阶段的蠕变特征。

分析得到围压 5 MPa 下，偏压 42.5 MPa 为岩样的长期强度，对应的长期剪应变临界阈值为 γ_∞ = 0.529%；岩样发生非线性加速蠕变现象对应的剪应变阈值为 γ_{acc} = 0.573%，对应所经历的蠕变时间 t_{acc} 为 753 h。根据三向应力条件下黏弹塑性蠕变模型的本构方程，基于岩石试样加载条件下的蠕变试验曲线，利用 Boltzmann 迭加原理对分级加载作用下的蠕变试验结果进行相应处理，采用优化搜索后的算法对蠕变本构模型的参数进行辨识，得到了黏弹塑性蠕变本构模型对应的相关参数(表 1)。表 1 中瞬时剪切模量值随着偏应力的增加逐渐减小，体积模量在不同应力水平条件下变化不大。

表 1　不同应力水平条件下岩样的三维蠕变力学参数

Table 1　Three-dimensional creep parameters of rock under different stress levels

偏应力/MPa	三维黏弹蠕变参数(围压 5 MPa)					
	G_m/GPa	K/GPa	η_m/(GPa·d)	G_k/GPa	η_k/(GPa·d)	R^2
40.0	1.86	3.10	—	10.63	29.17	0.98
42.5	1.60	3.06	316.25	268.04	178.95	0.99
45.0	1.52	3.02	19.27	129.01	8.63	0.99

偏应力/MPa	三维黏塑蠕变参数(围压 5 MPa)					
	ξ/h^{-1}	a	n	b	α	κ/MPa
45.0	7.37×10^{-4}	0.83	1.42	2.10	0.21	21.47

5 结 论

(1)针对岩石长期承受恒载条件下,发生蠕变变形至破裂过程所需要经历的不同阶段的力学特征,划分出了不同的黏弹塑性状态。当岩石所受外荷载低于长期强度时,其处于黏弹状态,主要表现出衰减蠕变特性,当荷载卸除后,其变形会逐渐恢复;当岩石所受外荷载大于等于长期强度,小于加速蠕变门槛强度时,其处于黏+黏弹状态,主要表现出稳态蠕变特性,当荷载卸除后,其部分变形不会恢复;当岩石所受外荷载大于等于加速蠕变门槛强度,小于破坏强度时,其处于黏塑状态,主要表现出非线性加速蠕变特性;当岩石所受外荷载大于破坏强度时,其处于完全塑性状态,岩石发生破坏。

(2)应变空间表述的屈服准则在描述岩石大变形与不同蠕变阶段过渡转化等方面具有优越性;假定岩石在三轴压缩试验条件下,发生延性剪切破坏;基于应变空间的 Drucker-Prager 准则,推导了临界状态转化的最大剪应变判别式。

(3) 推导了不同状态下蠕变变形各个阶段的三维本构模型;基于 Perzyna 黏塑理论,考虑后继屈服硬化作用,建立了能够反映岩石黏塑状态的本构方程;同时假定加速蠕变阶段岩样内部应变微元破坏服从承载时间的 Weibull 分布,引入统计损伤因子,建立了能够描述非线性加速蠕变特性的黏弹塑性损伤演化模型。

(4) 针对三峡库区典型砂岩试样开展了蠕变试验,得到了岩样在不同应力水平下的蠕变曲线。试验结果表明,岩石试样的时效特征显著,并在最后一级应力水平长期作用下出现了非线性加速蠕变现象。基于提出的岩石黏弹塑性蠕变模型对蠕变试验曲线进行拟合,结果表明,模型能够较好地反映砂岩蠕变 3 个阶段变形的规律特征,拟合效果较好。

参考文献:

[1] 孙 钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京:中国建筑工业出版社,1999.

[2] 孙 钧. 岩石流变力学及其工程应用研究的若干进展[J]. 岩石力学与工程学报,2007,26(6):1081-1106.

[3] 刘 雄. 岩石流变学概论[M]. 北京:地质出版社,1994.

[4] 夏才初,闫子舰,王晓东,等. 大理岩卸荷条件下弹黏塑性本构关系研究[J]. 岩石力学与工程学报,2009,28(3):459-466.

[5] LI J L,WANG L H,WANG X X,*et al*. Research on Unloading Nonlinear Mechanical Characteristics of Jointed Rock Masses [J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering,2010,2(4):357-364.

[6] 王 宇, 李建林, 邓华锋, 等. 软岩三轴卸荷流变力学特性及本构模型研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(11):3338-3344.

[7] 朱杰兵,汪 斌,邬爱清. 锦屏水电站绿砂岩三轴卸荷流变试验及非线性损伤蠕变本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报,2010,29(3):528-534.

[8] 李 娜, 曹 平, 衣永亮, 等. 分级加卸载下深部岩石流变实验及模型[J]. 中南大学学报 (自然科学版), 2011, 42(11): 3465-3471.

[9] 曹 平, 郑欣平, 李 娜, 等. 深部斜长角闪岩流变试验及模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(增 1): 3015-3021.

[10] 杨文东, 张强勇, 陈 芳, 等. 不同应力路径下卸围压流变试验分析及模型辨识[J]. 中南大学学报 (自然科学版), 2012, 43(5):1885-1893.

[11] 徐卫亚,周家文,杨圣奇,等. 绿片岩蠕变损伤本构关系研究[J]. 岩石力学与工程学报,2006,25(增 1):3093-3097.

[12] 佘成学,崔 旋. 岩石非线性蠕变模型[J]. 武汉大学学报(工学版),2009,42(1):25-28.

[13] 郑颖人,沈珠江,龚晓南. 广义塑性力学-岩土塑性力学原理[M].北京:中国建筑工业出版社,2002.

[14] 廖红建,蒲武川,卿伟宸. 基于应变空间硅藻质软岩的软化本构模型[J]. 岩土力学, 2006, 27(11):1861-1866.

[15] 高 红,郑颖人,冯夏庭. 岩土材料最大主剪应变破坏准则的推导[J]. 岩石力学与工程学报,2007,26(3):518-524.

[16] 贾乃文. 粘塑性力学及工程应用[M]. 北京:地震出版社,2000.

[17] 王 伟,周先齐,刘桃根,等. 基于粘塑理论的岩石流变本构模型研究[J]. 三峡大学学报(自然科学版),2010,32(6):51-54.

[18] 蒋昱州,张明鸣,李良权. 岩石非线性黏弹塑性蠕变模型研究及其参数识别[J]. 岩石力学与工程学报,2008,27(4):832-839.

[19] 蒋昱州,徐卫亚,朱杰兵,等. 含断续软弱夹层岩石流变力学特性研究[J]. 长江科学院院报,2009,26(12):71-75.

[20] 王瑞红,郭金龙,宛良朋,等. 不同埋深对某水电站隧洞围岩流变稳定性影响[J]. 长江科学院院报,2015,32(7):99-104.

[21] 徐 平,夏熙伦. 三峡工程船闸区花岗岩蠕变特性试验研究[J]. 长江科学院院报,1995,12(2):23-29.

(编辑:占学军)

Visco-elastic-plastic Creep Model of Rock Based on Strain Yield Critical Criteria

JIANG Yu-zhou[1], WANG Ben[2], WANG Rui-hong[3], LU Bo[1], LI Cong[1], ZHU Jie-bing[1]

(1.Key Laboratory of Geotechnical Mechanics and Engineering of Ministry of Water Resources, Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China; 2. Information Center, Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China; 3. Key Laboratory of Geological Hazards on Three Gorges Reservoir Area under Ministry of Education, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: According to rock mechanical characteristics of creep deformation at different stages, the visco-elastic-plastic states from deformation to rupture are classified, and the corresponding creep mechanical properties at different states are given. Under the assumption that ductile shear failure occurs in triaxial compression test, the maximum principal strain discriminant for the critical state transformation is derived using Drucker-Prager strain criterion. Furthermore, a visco-elastic-plastic damage evolution model for describing the nonlinear acceleration creep behavior is constructed by introducing a statistical damage factor based on the theory of Perzyna in consideration of the hardening effect in subsequent yield. Moreover, triaxial creep test is conducted with sandstone specimens from the Three Gorges Reservoir area, and the creep deformation curves under different pressures are acquired. Test results show that the creep characteristics of rock specimens are obvious, and non-linear accelerated creep happened under the final stress level. The proposed model is used for the fitting of test creep curves, and the fitting results suggest that the model could accurately describe different stages of sandstone's creep deformation.

Key words: rock mechanics; visco-elastic-plasticity; creep mechanical tests; damage; constitutive model

(上接第 88 页)

Analytical Solution of Freezing Pressure under the Interaction of Freezing Wall and Shaft Lining Based on Generalized Kelvin Model

PENG Shi-long[1], RONG Chuan-xin[1], CHENG Hua[1,2]

(1.School of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China; 2. School of Resources and Environmental Engineering, Anhui University, Hefei 230601, China)

Abstract: Freezing pressure is an important basis for the design and calculation of the outer wall structure of shaft sinking by freezing method in deep alluvium. On the basis of uniaxial creep test of frozen soil, the generalized Kelvin rheological model and the elastic-viscoelastic correspondence principle were adopted to establish the viscoelastic equation of displacement field of frozen wall. Then, the mathematical expression of the freezing pressure acting on the outer shaft lining is deduced by considering the interaction among the frozen wall, the outer shaft lining and the peripheral unfrozen soil. Calculation results show that 1) the calculation value by theoretical formula and from mean measured value of the freezing pressure show a big difference(about 0.5 MPa) in the first ten days after the construction of outer shaft lining masonry; 2) the freezing pressure tends to be stable after 20 days, and the absolute value of the difference between the two is less than 0.2 MPa. In a word, the absolute deviation between the theoretical and calculated values of freezing pressure is less than 10%. The theoretical calculation formula of freezing pressure is quite practical and it could provide basis for the structural design of outer shaft lining of freezing well.

Key words: freezing pressure; generalized Kelvin rheological model; freezing sinking method; frozen wall; outer shaft lining