

# 弯道水流的基本特性及数值模拟

董耀华

(河流研究所)

**摘要** 总结了弯道水流水面横比降、横向环流、流速重分布、分离流及弯道切应力和局部阻力等基本特性及其研究现状;建立了极坐标下沿水深平均的弯道水流平面二维数学模型;并进行了试验室180°矩形弯道和长江调关河弯两个弯道水流的实例计算。计算和验证表明:建立的弯道水流数学模型能较好地模拟弯道水面形态变化和流速重分布。

**关键词** 弯道水流;数模;水面形态;流速重分布;环流

## 0 前言

弯道水流是渠道和河道中常见的一种水流运动现象,弯道水流的运动机理和研究成果已在水利枢纽布置、河道、航道整治,取、排水口选址以及码头、港口建设等领域得到了广泛的应用。

1876年,汤姆逊(Thomson J)<sup>[1]</sup>通过试验首次发现了弯道螺旋流,并对弯道环流的形成和断面横向输沙的成因等给出了正确的物理描述和机理解释,之后,弯道水流作为专题研究一直受到研究人员的关注。1914年,米洛维奇(Милович А Я)等人<sup>[2]</sup>依据“势流理论”推导出了描述弯道水流运动的第一个理论定律——“面积定律”:

$$V_{\theta}r = \text{常数, 或 } \frac{r}{V_{\theta}} \frac{dV_{\theta}}{dr} = -1 \quad (1)$$

式中:  $V_{\theta}$  为弯道纵向流速(极坐标下);  $r$  为弯道曲率半径。

目前,从野外观测、试验研究、理论分析和数值模拟等方面,弯道水流的研究已取得了大量的成果和认识,然而,由于描述弯道水流方程组的非线性和弯道水流运动的三维性,现在还不能得到弯道水流运动的精确解。因此,近年来国内外研究者提出和建立了多种弯道水流数学模型并取得了大量研究成果。弯道水流数学模型可分为三大类:①轴对称二维模型;②平面二维模型;③三维模型。由于天然河弯水流及边界的复杂性和计算方法、速度的限制,

现已存在的弯道三维模型<sup>[4]</sup>均属于准三维模型。本文作者也曾进行过矩形弯道水流部分抛物线准三维数学模型的研究和计算<sup>[5]</sup>,虽取得了一些成果,但远未达到进行天然河弯水流计算的应用阶段。

本文首先全面总结和概述了弯道水流的基本特性及其研究现状,然后,从实用角度出发,建立了一套模拟弯道水流运动的极坐标下水深平均二维数学模型,并进行了试验室180°矩形弯道和长江调关河弯两个实际弯道水流的数值模拟计算。

## 1 弯道水流的基本特性

水流流经弯道作曲线运动,水面形态和水流结构发生调整 and 变化,形成弯道水流特有的运动特性,具体表现为5个方面。

### 1.1 水面横比降

弯道水流为适应曲线运动所需的向心力要求,必将使凹岸水面升高,凸岸水面降低,形成水面横比降。描述这一横比降有代表性的公式为罗索夫斯基(Rozovskii I L)公式:

$$I_r = \alpha_0 \frac{V_{cp}^2}{gr} + \frac{\tau_{r_0}}{\rho gh} \quad (2)$$

式中:  $I_r$  为水面某点横比降;  $V_{cp}$  为垂线平均流速;  $h$  为水深;  $\tau_{r_0}$  为河底横向摩阻;  $\alpha_0$  为流速垂线分布不均匀系数。

水面横比降的形成造成了弯道凹凸岸水面纵比降及整个弯道水面形态的变化,从而导致了弯道水

流结构的调整和流速的重新分布。

## 1.2 横向环流

水面横比降引起弯道断面横向压力差,这种压力差沿垂线分布的均匀性和流速沿垂线分布的非均匀性,导致了弯道断面纵轴横向环流的出现,这一主体环流与纵向水流一起构成了弯道水流所特有的螺旋流。

然而,依据试验室弯道水流试验和野外河弯水流实测,许多学者<sup>[3]</sup>发现:凹岸陡峻弯道的断面环流总存在着上述的主体环流和一个凹岸倒循环次生环流(见图 1 和图 2),但凹岸渐倾弯道却不出现凹岸反向环流。布索斯特(Bathurst J C)等人<sup>[3]</sup>解释认为:主体环流在陡峻凹岸处必将产生一垂直于岸壁的流速分量,在理想流体中,这一分量的边界流线应沿着水面和凹岸,然而在真实流体中这一流动是不可能的,因为水体在自由水面和陡岸处旋转需要一巨大加速度,因此,通常情况下水体在凹岸附近发生破裂,而凹岸摩阻引起一个反向小涡流即凹岸反向环流。显然,这一反向环流水体的存在和出现还需要进一步的试验研究和理论分析工作。

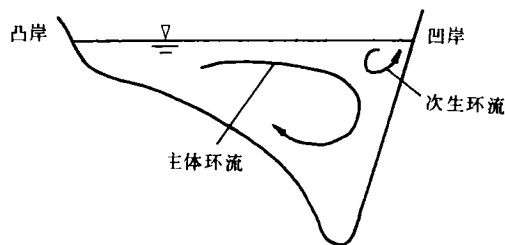
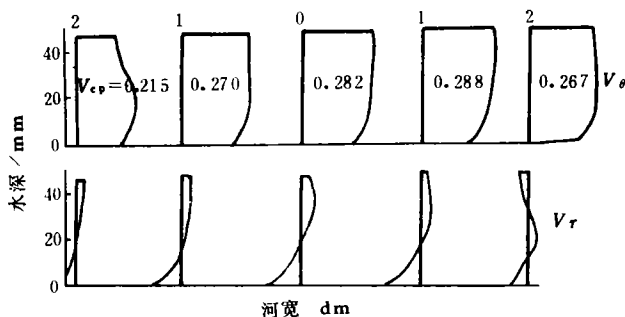


图 1 弯道断面环流示意图



(取自罗索夫斯基弯道试验 No. 6<sup>[2]</sup>)

图 2 弯道断面实测流速  $V_0$ 、 $V_r$  沿水深分布

## 1.3 流速重分布

弯道水流流速重分布是指水流结构的调整引起的流速沿纵向、河宽和水深三方向分布的变化。

流速沿水深重分布表现为:①面流与底流方向不一致;②横向环流增强水平流层间动量交换,引起流速沿水深分布均匀化,某些垂线出现最大点流速不在水面的情形(见图 2)。因此,假定弯道流速沿水深为对数、指数、抛物线或椭圆分布是值得商讨的。

流速沿纵向和河宽方向重分布表现为:横向环流促使最大流速出现位置由凸岸向凹岸转移,弯道进口凹岸流速小于凸岸,弯道内或出口凹岸流速大于凸岸(见图 4、图 5)。流速核心(最大流速)出现位置的转移速度依赖于弯道形态、地形和水流等条件。试验室矩形或梯形弯道,这一转移发生在弯道出口(见图 4b),天然河弯和动床水槽,这一转移发生在弯道内(见图 5)。

## 1.4 弯道分离流

弯道进口凹岸和出口凸岸均出现水面负比降(见图 4a),依据流体动力学,水面负比降(压力沿程增加)是流速脱离边壁产生水流分离流动的必要条件,因此,上述两处可能出现弯道分离流,出口凸岸更易出现分离流<sup>[2]</sup>。然而,分离流的出现还取决于水深和岸壁等因素,水深愈大,岸边愈平缓,岸边对水流摩阻愈大,水流挤压导致水流分离的可能性愈大。米洛维奇等人<sup>[2]</sup>提出  $r_{cp}/b$  判断( $r_{cp}$ ——弯道曲率半径; $b$ ——河宽),认为: $r_{cp}/b$  愈小,分离流出现的可能性愈大。然而罗索夫斯基 No. 1 试验弯道  $r_{cp}/b=1$ (见图 4b)时,在小水深和陡岸情况下水流连续运动不出现分离流动也是可能的,因此,这方面的定量研究工作还需深入进行。

## 1.5 切应力和局部阻力

弯道切应力试验和研究表明<sup>[3]</sup>:边界切应力在弯道中分布的所有峰值与最大流速(流速核心)位置一致,说明弯道切应力变化实际上体现和反映了弯道流速的重新分布,反之亦然。弯道局部水头损失的增加来源于①流速重分布;②横向环流;③水流分离流。这方面的定量研究和公式各家差异较大,远未成熟。

通过对弯道水流基本特性及其研究现状的概括和总结,可以认识到:水面形态变化是弯道水流结构调整的基础,流速重分布是弯道水流最重要和影响最显著的特性。因此,对弯道水流进行数学模型数值模拟的成败关键是对弯道水面形态和流速重分布的模拟。

## 2 弯道水流二维数学模型

### 2.1 控制方程

本文推导并简化了极坐标下平面二维水流方程:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial(hV_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(rhV_r)}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(hV_\theta)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( hV_\theta^2 - h\nu_t \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left( rhV_r V_\theta - rh\nu_t \frac{\partial V_\theta}{\partial r} \right) + gh \frac{\partial Z}{\partial \theta} \\ & + \frac{n^2 g V_\theta \sqrt{V_\theta^2 + V_r^2}}{h^{1/3}} + \frac{hV_\theta V_r}{r} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(hV_r)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} \left( hV_r V_r - h\nu_t \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( rhV_r V_\theta - rh\nu_t \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right) + gh \frac{\partial Z}{\partial r} \\ & + \frac{n^2 g V_r \sqrt{V_\theta^2 + V_r^2}}{h^{1/3}} - \frac{hV_\theta^2}{r} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

式中:  $\theta, r, t$  为极坐标和时间坐标;  $V_\theta, V_r$  为沿水深平均流速;  $Z, h$  为水位和水深;  $n, \nu_t$  为糙率和粘性系数。

对该方程组需作三点说明:

① 方程推导和简化中, 忽略和合并了部分二阶扩散项, 方程中  $\nu_t$  实际为综合粘性系数:

$$\nu_t = \nu_{\text{层}} + \nu_{\text{紊}} + \nu_{\text{省}} + \nu_{\text{数}} \quad (6)$$

式中:  $\nu_{\text{层}}$  为水流运动粘性系数;  $\nu_{\text{紊}}$  为紊动粘性系数;  $\nu_{\text{省}}$  为省略或合并扩散项的当量粘性系数;  $\nu_{\text{数}}$  为数值粘性系数。

② 方程中若  $r \rightarrow \infty$  变成直角坐标下水深平均二维水流方程。

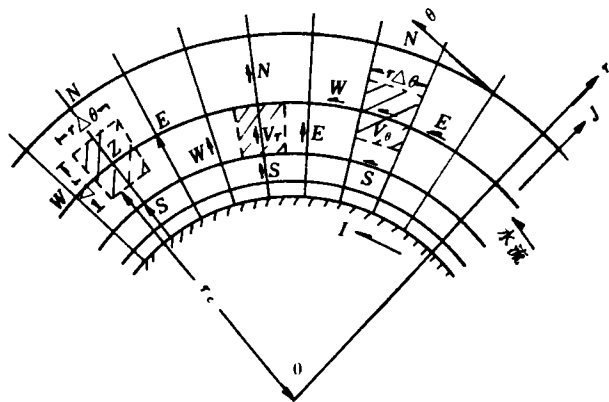


图3 流速  $V_\theta, V_r$  和水位  $Z$  控制容积体示意图

③ 本文计算实例均为定常流动。

### 2.2 数值方法

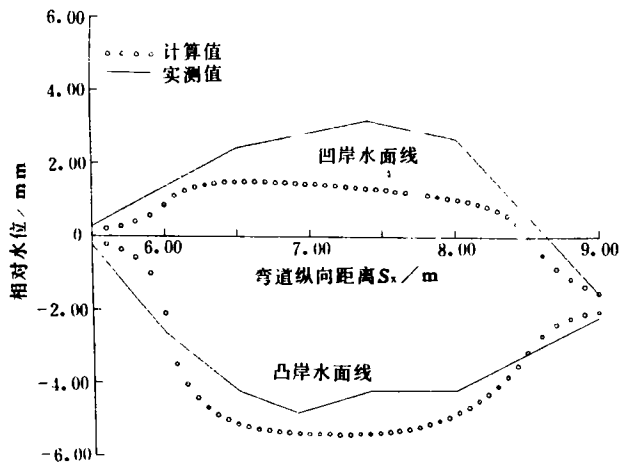
本文采用的数值离散和求解方法基于 SIMPLMR 算法<sup>[6]</sup>,  $V_\theta, V_r$  和  $Z$  有限控制容积体形式见图3, 离散方程及求解步骤详见参考文献[5]和[6]。

迭代求解分别采用了高斯-塞德尔点迭代, TDMA 法(三对角追赶法)逐行迭代、块修正和次松弛修正等技术, 计算程序为自编程序“HELIU-11 程序”。

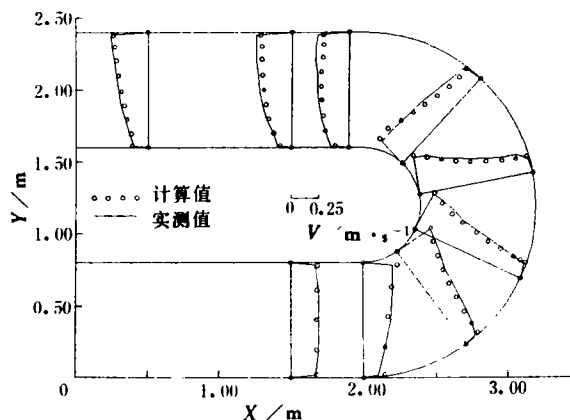
## 3 弯道水流实例计算

### 3.1 180°矩形弯道计算

该算例取自罗索夫斯基 11 组系列弯道试验 No. 1 组弯道(见图4b), 弯道外半径  $r_{\text{out}} = 1.2\text{m}$ , 内半径  $r_{\text{in}} = 0.4\text{m}$ , 槽宽  $b = 0.8\text{m}$ , 流量  $Q = 0.0123\text{m}^3/\text{s}$ , 水深  $h = 0.06\text{m}$ , 佛汝德数  $Fr = 0.114$ , 雷诺数  $Re = 15600$ 。弯道进出口直段采用

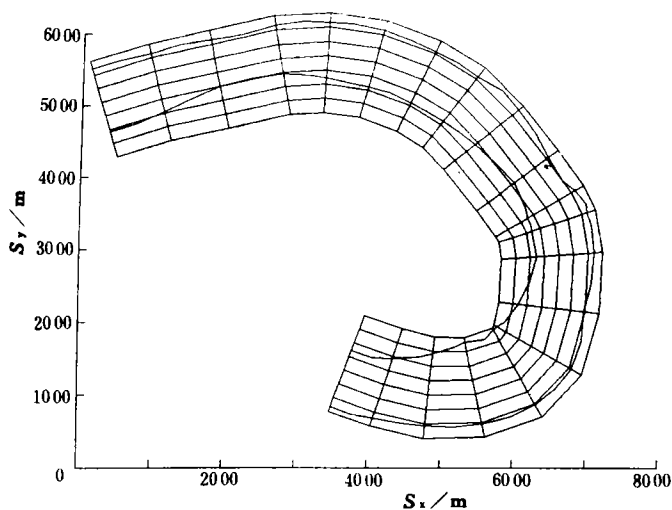


a) 凹凸岸水面线



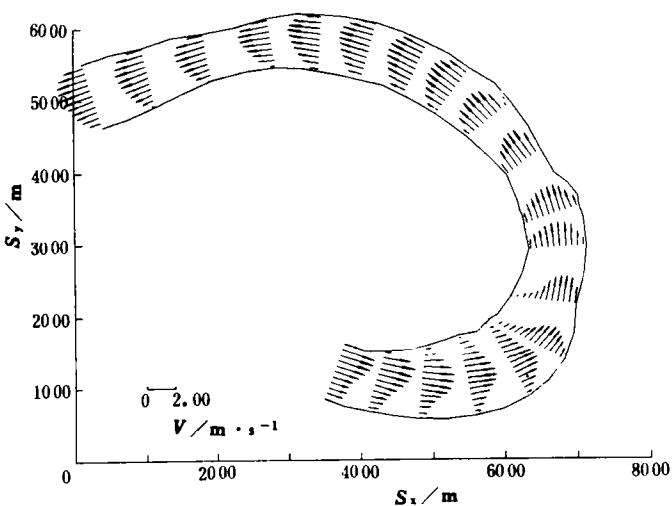
b) 平均流速分布

图4 180°矩形弯道实例计算

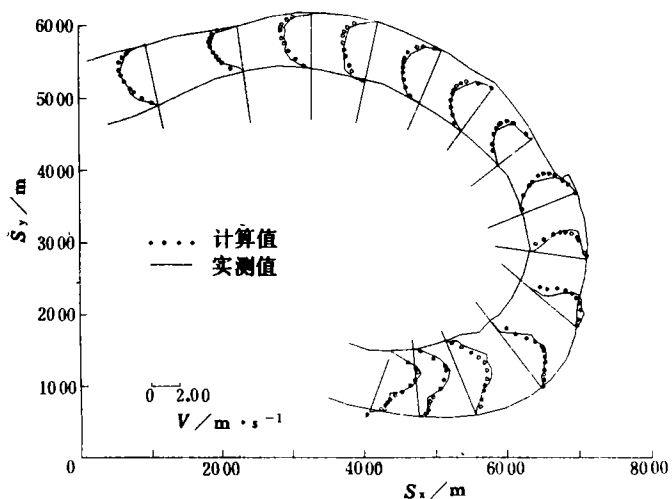


注：实际计算网格比本图网格更密

a) 计算网格图



b) 沿水深平均流速场



c) 沿水深平均流速分布

( $Q=14\,500\text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Z=32.7\text{ m}$ )

图5 长江调关河弯实例计算

直角坐标网格,弯道段采用极坐标网格;正交网格节点共  $78 \times 24$  个,  $x$  或  $\theta$  间距:  $\Delta x = 0.1\text{ m}$ ,  $\Delta \theta = 5^\circ$ ;  $y$  或  $r$  间距  $\Delta y = \Delta r = 0.005 \sim 0.05\text{ m}$ 。计算时  $n = 0.01$ ,  $\nu_t = 0.001\text{ m}^2/\text{s}$ 。

图4a为凹凸岸水面线验证情况,计算反映了弯道水面形态变化特性,验证精度较好,计算水位略低于实测水位,这一偏差与参考文献[4]和作者[5]所进行的弯道水流三维计算结果非常相似,精度相同。图4b为沿水深平均流速在弯道重分布的验证情况,可以看出两者误差很小,实测与计算的最大流速(核心流速)出现位置由凸岸向凹岸的转移均出现在弯道出口段。

### 3.2 长江调关河弯计算

长江调关河弯位于长江荆江河段,河势见图5,计算采用顺河势曲率半径逐渐变化的基本正交网格形式(见图5a),网格节点  $41 \times 38$  个,  $r$  方向网格间距  $\Delta r = 40\text{ m}$ 。计算河道地形为1958年9月15日实测的1/10 000河道地形图,验证和计算水流资料为同一天实测资料,进口流量  $Q_{\text{in}} = 14\,500\text{ m}^3/\text{s}$ ,出口控制水位  $Z_{\text{out}} = 32.70\text{ m}$ ,计算时,  $n = 0.016$ ,  $\nu_t = 0.5\text{ m}^2/\text{s}$ 。

图5b, c为计算河段沿水深平均流速场和断面流速分布比较图。计算的流速场(图5b)反映和模拟出了调关河弯流速沿纵向和河宽两个方向的重分布特性,计算和实测的断面流速分布吻合得较好(图5c),计算和实测的沿水深平均最大流速(流速核心)出现位置由凸岸向凹岸的转移,均出现在弯道段内。

## 4 结 语

(1) 本文总结了弯道水流水面横比降、横向环流、流速重分布、分离流及弯道切应力和局部阻力等5个基本特性及其研究现状。并指出对弯道水流进行数值模拟的成败关键是对弯道水面形态和流速重分布的模拟。

(2) 本文建立了极坐标,沿水深平均的平面二维弯道水流数值模拟数学模型,控制方程忽略和合并了部分二阶扩散项,引入综合紊动粘性系数概念,统一了直角坐标和极坐标下控制方程,数值方法基于SIMPLER算法。

(3) 180°矩形弯道和长江调关河弯两个弯道水流的实例计算表明:本文二维数学模型既适用于人

工渠道规则弯道水流计算又适用于天然河弯水流计算,水面形态和流速重分布验证较好,模型精度较高,可望得到广泛的应用。

### 参 考 文 献

- 1 Thomson J. On the Origin and Winding of Rivers in Alluvial Plains. Proc. Royal Society of London, 1876, 25 (3)
- 2 Rozovskii I L. Flow of Water in Bends of Open Channels. Israel Program for Scientific Translation, 1965
- 3 Bathurst J C, Thorne C R, and Hey R C. Secondary Flow and Shear Stress at River Bend J Hydr. Div. , ASCE, Vol. 105, Hy10, 1979
- 4 Leschziner M A, Rodi W. Calculation of Strongly Curved Open Channel Flow. J. Hydr. Div. , ASCE, Hy10, 1979. 10
- 5 董耀华. 弯道水流的三维数值模拟. 武汉水利电力大学硕士论文, 1990
- 6 帕坦卡. 传热与流体流动的数值计算. 张政译. 北京: 科学出版社, 1984
- 7 张瑞瑾. 论环流结构与河道演变的关系. 武汉水利电力学院学报, 1963(2)

## Essential Features and Numerical Modelling of Bend Flow

Dong Yaohua

(Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010)

**Abstract** The essential features of bend flow, including lateral slope of water surface, lateral circulation flow, redistribution of velocity, disaffiliating flow, bend shear stress and bend local head losses, etc., and their present research situation, are summarized. A 2-D depth-average mathematical model of bend flow under polar coordinates was established. By using this model, the calculation of two examples was conducted, i. e., the 180° rectangle bend channel model flow and the Tiaoguan curved river reach of Yangtze River in prototype. The calculated results show that the established mathematical model can satisfactorily simulate the variation of water surface pattern and redistribution of velocity in bend flow.

**Keywords** bend flow; mathematical model; water surface; redistribution of velocity; circulation flow