

$K_0 \neq 1$ 时基础软弱下卧层临界埋深的讨论

黄朝焯,袁文喜,方咏来

(浙江省水利水电勘测设计院,杭州 310002)

摘要:通过数学理论推导,给出了考虑静止土压力系数 $K_0 \neq 1$ 时的条形基础的地基临界荷载 $P_{1/4}$,并与国标《建筑地基基础设计规范》(GB50007—2011)中相应公式(5.2.5条)进行了对比分析,认为国标公式过高估计了地基承载力,而本文公式相对较合理。当基础受力层范围内存在软弱下卧层时,国标中“5.2.7”条给出了软弱下卧层承载力验算公式,但未说明软弱下卧层埋深超过多少时可不考虑软弱下卧层影响,采用已推导的地基承载力公式,通过无量纲化推导计算,给出了软弱下卧层相对临界埋深(H_{cr}/b)与基础相对埋深(d/b)之间的关系式。最后通过实例计算,得出了不同基础宽度、不同软弱下卧层抗剪强度指标下的相对临界埋深(H_{cr}/b)关系曲线,认为软弱层抗剪强度指标越大、上层土内摩擦角越大,则软弱下卧层相对临界埋深 H_{cr} 就越小,其不利影响就越小。

关键词:地基承载力;静止土压力系数;软弱下卧层;软弱层临界深度

中图分类号:TV223.2;TU470.3

文献标志码:A

文章编号:1001-5485(2013)01-0056-05

对于地基下存在软弱下卧层时的地基承载力验算,国标《建筑地基基础设计规范》(GB50007—2011)^[1]中给出了相应的软弱层承载力验算公式。实际中,当软弱下卧层埋深较大时,浅基础设计中是完全可不考虑软弱下卧层影响的,只有当软弱下卧层埋深较小时,浅基础设计中才需采用国标中相应验算公式进行复核,基于此,本文将对此问题进行深入研究。

1 地基临界荷载

一般土力学教材中的临界荷载计算公式都是在条形均布荷载、均质地基等假定条件下推得的,且在公式推导简化过程中假定了土的静止土压力系数 $K_0 = 1$,即将自重应力场视为静水应力状态。显然,这种假定与大多数土的实际 K_0 值($K_0 = 0.35 \sim 0.80$)相差较大。假设 $K_0 = 1$ 会过高地估计地基承载力。基于上述情况,一些学者在文献[2-5]中借助莫尔-库仑强度理论,重新“推导”了 $K_0 \neq 1$ 条件下的地基临界荷载计算公式,但其“推导”中采用数学近似公式 $\sqrt{A^2 + B^2} \approx 0.96A + 0.37B$ 误差较大(其中 A 表示某点处正应力差的一半, B 表示某点处的剪应力)。依据莫尔应力圆知: $B \leq A$,通过数值分析最大误差出现在 $A = B$ 时,此时则采用该公式计算值1.414A与精确值1.33A的误差最大为6.0%(>5.0%),误差稍大,

因此其“推导”得出的公式不严密,这也导致了不同学者^[4-5]推导出的公式也不一样,但推导思路及主要过程完全一致。基于此,本文采用严密的数学理论对静止侧压力系数 $K_0 \neq 1$ 时的地基临界荷载进行了推导,并将本文成果应用于基础下卧软弱层的承载力验算中。

1.1 $K_0 \neq 1$ 时的地基临界荷载分析

设基础宽度为 b (m);埋深为 d (m);均布条形荷载 p 作用在基底;基础埋深 d 范围内土层平均容重为 γ_0 ;基础下土层容重为 γ ;其抗剪强度参数为 c , φ ;土的静止土压力系数为 K_0 。

基底附加应力 p 为地基土中任意点的附加应力与考虑静止土压力系数 K_0 时的地基自重应力之和,即得基底下任意点的总应力为

$$\begin{cases} \sigma'_z = \frac{p - \gamma_0 d}{\pi} [\alpha + \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + 2\delta)] + (\gamma_0 d + \gamma z), \\ \sigma'_x = \frac{p - \gamma_0 d}{\pi} [\alpha - \sin\alpha \cos(\alpha + 2\delta)] + K_0 (\gamma_0 d + \gamma z), \\ \tau'_{xz} = \frac{p - \gamma_0 d}{\pi} \sin\alpha \sin(\alpha + 2\delta)。 \end{cases} \quad (1)$$

式中:参数角 α 为计算点与条形地基基底两端连接之间的夹角($^\circ$),参数角 δ 为计算点与条形地基底

中点的连线与竖向之间夹角($^\circ$);参数 z 为计算点至基底的竖向距离。

令 $p_0 = p - \gamma_0 d$, 依据莫尔应力圆可求地基任意点的主应力, 若该点处于塑性区边界上, 则根据 Mohr - Coulomb 屈服准则, 该点的大、小主应力满足以下关系:

$$(\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi + 2c \cos \varphi = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (2)$$

依据公式(1)、莫尔应力圆主应力计算公式及 Mohr - Coulomb 屈服准则, 可得基底下土体处于塑性区的应力条件式, 通过整理, 并对塑性区深度 z 关于张角 α 求导, 并令 $dz/d\alpha = 0$, 可得 $\alpha = \pi/2 - \varphi$, 以下塑性区深度 d 与 p_0 之间关系式为

$$\begin{aligned} 2 \frac{p_0}{\pi} \sin \varphi = & \left\{ 2 \left[\frac{p_0}{\pi} \sin \alpha \cos(\alpha + 2\delta) + \right. \right. \\ & \left. \frac{1 - K_0}{2} (\gamma_0 d + \gamma z_{\max}) \right] \cdot \left[\frac{p_0}{\pi} \cos(2\alpha + 2\delta) \right] + \\ & \left. 2 \left[\frac{p_0}{\pi} \sin \alpha \sin(\alpha + 2\delta) \right] \cdot \left[\frac{p_0}{\pi} \sin(2\alpha + 2\delta) \right] \right\} / \\ & \left\{ \left[\frac{p_0}{\pi} \alpha + \frac{1 + K_0}{2} (\gamma_0 d + \gamma z_{\max}) \right] \sin \varphi + c \cos \varphi \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

由余弦三角差公式, 即: $\cos(\alpha + 2\delta) \cos(2\alpha + 2\delta) + \sin(\alpha + 2\delta) \sin(2\alpha + 2\delta) = \cos \alpha$, 参考文献[3], 取 $\alpha + 2\delta = \pi$, 代入上式(6)可知:

$$P_0 = (p - \gamma_0 d) = \frac{K_0 \pi \gamma_0 d + K_0 \pi \gamma z_{\max} + \pi c \cot \varphi}{(\cot \varphi + \varphi - \pi/2)} \quad (4)$$

取塑性区深度为 $z_{\max} = b/4$, 则得由塑性区开展深度得到的地基承载力特征值为

$$\begin{aligned} p_{1/4} = & \left[\frac{\pi}{\left(\cot \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2} \right)} K_0 + 1 \right] \cdot \gamma_0 d + \\ & \left[\frac{\pi/4}{\left(\cot \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2} \right)} K_0 \right] \cdot \gamma b + \frac{\pi c \cot \varphi}{\left(\cot \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2} \right)} c \end{aligned} \quad (5)$$

地基的静止土压力系数 K_0 计算采用由 Jaky^[2] 提出并简化的公式 $K_0 = 1 - \sin \varphi$, 其中 φ 为相应土层的内摩擦角。当 $K_0 = 1$ 时, 该公式与国标 5.2.5 条中的公式完全一致, 其中对于地基宽度 $b > 6 \text{ m}$, 取 6 m , 对于砂土 $< 3 \text{ m}$, 取 3 m , 该公式对相对偏心距 $e/b < 0.033$ 时适用, 其中各参数同上文。

1.2 考虑 $K_0 \neq 1$ 时地基临界荷载与规范推荐公式的对比分析

为了分析荷载埋深对地基临界荷载的影响, 取 $\gamma_0 = \gamma, K_0 = 1 - \sin \varphi$, 将本文公式(5)与国标公式

(5.2.5条)的相应无量纲公式的比值关系作为新函数(将公式(5)两边除以 γb , 简化为无量纲关系式), 其比值关系与相对凝聚力 $c/\gamma b$ 、土的内摩擦角 φ 、相对埋深 d/b 之间关系曲面见图 1。由图 1 可知: 基础相对埋设深度越大、下层土内摩擦角越大、下层土凝聚力越小, 本文导出的承载力公式与国标公式相差越大, 且下层土内摩擦角影响最大。可见, 考虑静止土压力系数 $K_0 \neq 1$ 时临界荷载会减小, 与文献[3],[5]等结论一致, 且文献[3]中图 5、图 6 曲线特性也与本文曲面中的曲线族基本吻合。

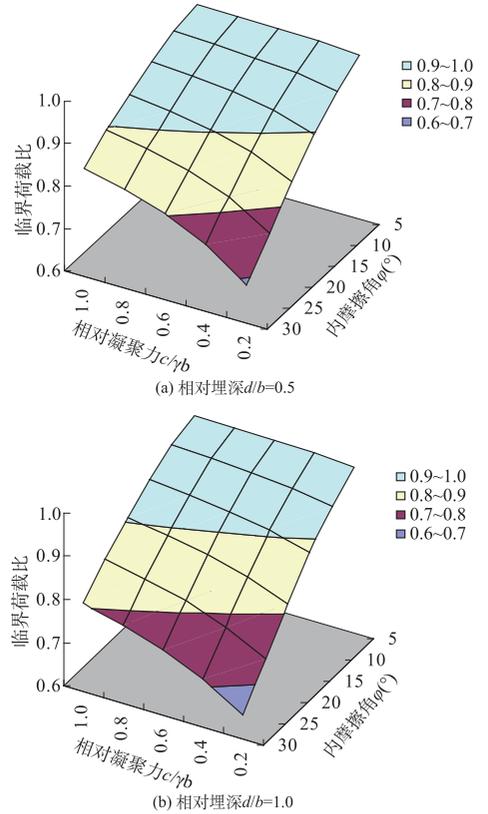


图 1 $K_0 \neq 1$ 时临界荷载($p_{1/4}$)与国标公式(5.2.5条)比值关系曲面

Fig. 1 Curved surfaces formed by critical load ratio (ratio of critical load in the proposed formula to that in the code formula), and relative cohesion and internal friction angle ($K_0 \neq 1$)

2 对基底软弱下卧层临界埋深的探讨

2.1 规范对基础存在下卧软弱层时的承载力验算

当浅基础受力层范围内存在软弱下卧层时, 国标中 5.2.7 条规定: 当地基受力层范围内有软弱下卧层时, 见图 2, 应按以下公式验算其地基稳定性

$$p_z + p_{cz} \leq f_{az} \quad (6)$$

式中: p_z 为相应于荷载效应标准组合时, 软弱下卧层顶面处的附加压力值; p_{cz} 为软弱下卧层顶面处土

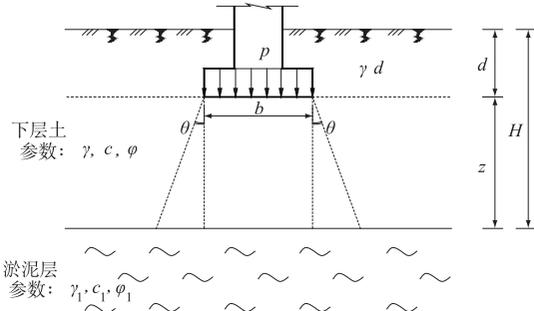


图2 浅基础下存在软弱下卧层临界埋深分析
Fig.2 Schematic of critical embedded depth of weak substrata under shallow foundation

的自重压力值; f_{az} 为软弱下卧层顶面处经深度修正后的地基承载力特征值。对于条形基础式中 p_z 值可按国标中公式(5.2.7.2条)计算,即

$$p_z = \frac{b(p_k - p_c)}{b + 2z_0 \tan\theta} \quad (7)$$

式中: b 为条形基础底边的宽度; p_c 为基础底边处自重应力值; z_0 为基础底边面至软弱下卧层顶面的距离; θ 为地基压力扩散线与垂直线的夹角,按规范表 5.2.7条计算。

对于软弱下卧层容许承载力,国标5.2.5条给出了根据土的抗剪强度指标确定地基承载力特征值的计算公式(5.2.5条),该公式其实是本文 $K_0 = 1$ 的特例。

2.2 对基础下卧软弱层临界埋深的讨论

对软弱下卧层承载力特征值的计算采用本文考虑静止土压力系数 $K_0 \neq 1$ 时计算公式(5)。假设地基软弱下卧层顶面至地面深度为 H (m),基底宽为 b (m),地基埋深深度为 d (m);设淤泥层的重度为 γ_1 ,内摩擦角为 φ_1 ,凝聚力为 c_1 ,静止土压力系数 $K_{01} = 1 - \sin\varphi_1$;设上部土层的重度为 γ ,内摩擦角为 φ ,凝聚力为 c ,静止土压力系数 $K_0 = 1 - \sin\varphi$,则地基下的软弱下卧层承载力特征值为

$$f_{az} = (N_1 K_{01} + 1)\gamma H + N_1 K_{01} \gamma_1 \langle b \rangle / 4 + N_1 \cdot \cot\varphi_1 \cdot c_1 \quad (8)$$

式中: $N_1 = \frac{\pi}{\cot\varphi_1 + \varphi_1 - \pi/2}$; $\langle b \rangle = b + 2z_0 \tan\theta$,但对于地基宽度 $b > 6$ m,取 6 m,对于砂土 $b < 3$ m,取 3 m,考虑到软弱下卧层一般深度比基底宽大很多,故本文近似取 $\langle b \rangle = b$ 。

当基础埋设太深以至于接近软弱层时,承载力反而降低,故存在一个合适的埋深,使得基础不考虑软弱下卧层时的承载力与考虑软弱下卧层影响时的承载力刚好相等,即满足

$$N_1 K_{01} \gamma H + N_1 K_{01} \gamma_1 b / 4 + N_1 \cot\varphi_1 c_1 =$$

$$\frac{b(NK_0\gamma H + NK_0\gamma b/4 + N\cot\varphi c)}{b + 2z_0 \tan\theta} \quad (9)$$

其中:参数 θ 按规范表5.2.7计算; N_h 为上部土层的承载力参数。

对公式(9)中参数无量纲化,即对承载力等力参数乘以 $(1/\gamma b)$,对深度、宽度等长度量乘以 $(1/b)$,将以上方程无量纲化,即: $\bar{z} = z/b$, $\bar{H} = H/b$, $\bar{d} = d/b = (H - z)/b$, $\bar{c}_1 = c_1/\gamma b$, $\bar{c} = c/\gamma b$ 。

通过公式(9)可知,基础相对埋深 \bar{d} 和软弱层相对埋深 \bar{H} 之间的函数,即当地基相对埋深控制在小于 \bar{d} 时,则通过上式可求出相应的软弱层临界埋深 \bar{H}_{cr} (即当软弱层埋深大于 \bar{H}_{cr} 时,可不考虑该软弱下卧层对地基的不利影响)。

求解公式(9)的无量纲化公式得

$$\bar{H}_{cr} = \frac{-(D_1 - \bar{d}) + \sqrt{(D_1 - \bar{d})^2 - 4(D_2 - \bar{d}D_3)}}{2} \quad (10)$$

其中参数:

$$\begin{aligned} D_1 &= 0.5\cot\theta + \frac{\gamma_1}{4\gamma} + \frac{\cot\varphi_1 \bar{c}_1}{K_{01}} \\ D_2 &= \frac{(N_1 K_{01} \frac{\gamma_1}{4\gamma} + N_1 \cot\varphi_1 \bar{c}_1) - (NK_0/4 + N\cot\varphi \bar{c})}{2N_1 K_{01} \tan\theta} \\ D_3 &= \frac{2\tan\theta(N_1 \cot\varphi_1 \bar{c}_1 + N_1 K_{01} \frac{\gamma_1}{4\gamma}) + (NK_0\gamma)}{2N_1 K_{01} \tan\theta} \end{aligned} \quad (11)$$

已知:地基的相对埋深深度为 d/b ,上部土层的重度为 γ ,内摩擦角为 φ ,凝聚力为 c ,静止土压力系数为 K_0 ,软弱淤泥层土的力学指标容重为 γ_1 ,内摩擦角为 φ_1 ,凝聚力为 c_1 ,静止土压力系数为 K_{01} ,则依据本文公式(10),可求出软弱下卧层相对临界深度 \bar{H}_{cr} 。即,若软弱层无量纲埋深 (H/b) 大于临界埋深 \bar{H}_{cr} 时,可不考虑软弱层对地基承载力的不利影响;反之,若软弱层无量纲埋深 (H/b) 小于临界埋深 \bar{H}_{cr} 时,则必须依据规范“5.2.7条”考虑软弱层对地基承载力的不利影响,必要时采用加大基础底宽或采用基础处理等其它措施。

3 算例分析

为了分析基础相对埋深 $\bar{d} = d/b$ 和软弱下卧层相对临界埋深 $\bar{H}_{cr} = H_{cr}/b$ 之间的关系,本次计算取软弱下卧层为浙江沿海地区海堤围区内的 2 种典型淤泥土参数:①淤泥土 1[#]: $c_1 = 9$ kPa, $\gamma_1 = 16.5$ kN/m³,

$\varphi_1 = 1^\circ$; ②淤泥土 2[#]: $c_1 = 13 \text{ kPa}$, $\gamma_1 = 17 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 3^\circ$ 。

取 2 种典型的地基上层土,其力学参数分别为:

①上层土为黏土时, $c = 30 \text{ kPa}$, $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$, $\varphi = 10^\circ$; ②上层土为砂土时, $c = 7 \text{ kPa}$, $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$, $\varphi = 23^\circ$; 取地基宽度分别为 2, 4, 6, 8 m, 取 $E_s/E_{s1} = 3$, 即基底压力扩散角取 $\theta = 23^\circ$, 其中静止土压力系数均取 $K_0 = 1 - \sin\varphi$ 。采用本文理论及公式分析计算, 软弱下卧层临界埋深与土层力学性质及基础底宽的关系曲线见图 3。

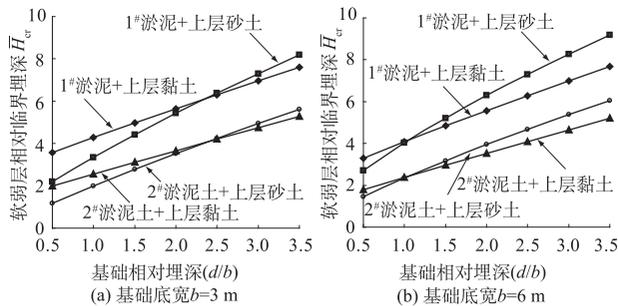


图 3 当基础底宽 $b = 3, 6 \text{ m}$ 时软弱层相对临界埋深 \bar{H}_{cr} 与基础相对临界埋深 d 关系曲线

Fig. 3 Curves of relative critical embedded depth of weak strata vs. relative critical embedded depth of foundation (foundation bottom width $b = 3 \text{ m}$ and 6 m)

通过实例计算分析, 得出了不同基础宽度、不同土层抗剪强度指标组合下的软弱下卧层相对临界埋深 \bar{H}_{cr} 关系曲线, 认为软弱层抗剪强度指标越好、上层土内摩擦角越大, 软弱下卧层相对临界埋深 \bar{H}_{cr} 就越小, 其不利影响就越小; 基础底宽越大, 其软弱下卧层相对临界埋深 \bar{H}_{cr} 就越小, 但当基础宽度大于 6 m 后, 基础宽度影响逐渐变小。最后给出了软弱下卧层影响的推荐相对临界埋深值, 见表 1。

表 1 不考虑软弱下卧层影响时的相对临界埋深 \bar{H}_{cr} 建议表

Table 1 Recommendations of relative critical embedded depth when the impact of weak substrata is not considered

基础底宽 b/m	上层土为黏土		上层土为砂土		备注 基础相对埋深 d/b
	较差淤泥 ($c < 10 \text{ kPa}$)	淤泥质土 ($c > 10 \text{ kPa}$)	较差淤泥 ($c < 10 \text{ kPa}$)	淤泥质土 ($c > 10 \text{ kPa}$)	
<6 m	4.3	3.2	2.5	2.0	<1.0
>6 m	3.5	2.8	1.7	1.5	<0.5

4 结 语

本文采用严密的数学理论, 推导了地基承载力公式; 并利用该公式对基础软弱下卧层临界埋深进行深入研究, 主要得出以下结论:

(1) 推导了考虑静止土压力系数 $K_0 \neq 1$ 时的条

形地基的弹塑性临界荷载 $P_{1/4}$, 并与国标公式 5.2.5 条进行了对比分析, 认为国标公式高估了地基的承载力, 本文公式相对较合理; 基础相对埋设深度越大、下层土内摩擦角越大、下层土凝聚力越小, 则本文导出的承载力公式与国标公式相差越大, 且下层土内摩擦角影响最大。

(2) 对基础下软弱下卧层相对临界埋深进行了研究, 得出了软弱下卧层相对临界埋深 \bar{H}_{cr} 与基础相对埋深 (d/b) 之间的无量纲公式。

(3) 通过工程实例计算, 得出了不同基础宽度、不同土层抗剪强度指标组合下的软弱下卧层相对临界埋深 \bar{H}_{cr} 关系曲线, 认为软弱层抗剪强度指标越大、上层土内摩擦角越大, 则软弱下卧层相对临界埋深 \bar{H}_{cr} 就越小, 软弱下卧层的不利影响就越小。随着基础底宽越大, 其软弱下卧层相对临界埋深 \bar{H}_{cr} 就越小, 但当基础宽度大于 6 m 后, 基础宽度影响逐渐变小。最后给出了软弱下卧层影响的推荐相对临界埋深值。

参考文献:

[1] GB50007—2011, 建筑地基基础设计规范 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011. (GB50007—2011, Code for Design of Building Foundation [S]. Beijing: China Building Industry Press, 2011. (in Chinese))

[2] 赵树德. 地基弹塑性承载力 $K_0 \neq 1$ 时的计算公式 [J]. 西安建筑科技大学学报, 1995, 27(3): 294 - 298. (ZHAO Shu-de. Formula of Bearing Capacity of Subgrade with $K_0 \neq 1.0$ [J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology, 1995, 27(3): 294 - 298. (in Chinese))

[3] 陈乐意, 李镜培, 梁发云. 考虑荷载埋深与 K_0 变化的地基临界荷载 [J]. 岩土工程学报, 2010, 32(12): 1930 - 1934. (CHEN Le-yi, LI Jing-pei, LIANG Fa-yun. Critical Load of Ground Considering Load Embedded Depth and Variation of K_0 [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(12): 1930 - 1934. (in Chinese))

[4] 梅岭, 梅国雄, 易宗发. $K_0 \neq 1$ 时的地基临塑载荷和临界载荷近似计算公式 [J]. 计算力学学报, 2010, 27(6): 1090 - 1095. (MEI Ling, MEI Guo-xiong, YI Zong-fa. Approximate Formulas of Critical Edge Pressure and Critical Load of Subsoil with $K_0 \neq 1$ [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2010, 27(6): 1090 - 1095. (in Chinese))

[5] 隋凤涛, 王士杰, 马建超. 新的临界荷载计算公式 [J]. 河北农业大学学报, 2009, 32(5): 94 - 97. (SUI Feng-tao, WANG Shi-jie, MA Jian-chao. New Formula of Critical Load of Subsoil [J]. Journal of Agricultural University of Hebei, 2009, 32(5): 94 - 97. (in Chinese))

Critical Embedded Depth of Foundation's Weak Substrata When $K_0 \neq 1$

HUANG Chao-xuan, YUAN Wen-xi, FANG Yong-lai

(Zhejiang Provincial Water Conservancy and Hydropower Survey and Design Institute, Zhejiang 310002, China)

Abstract: Mathematical inferential reasoning was employed to obtain the critical load $P_{1/4}$ of strip foundation when the effect of $K_0 \neq 1$ was considered, and the obtained formula was compared with formula 5.2.5 in *Code for Design of Building Foundation* (GB50007—2011). It's believed that the formula in the Code overestimates the foundation's bearing capacity while the formula in this study is more reasonable. When weak substrata exists in the foundation's load carrying layers, a check formula for the bearing capacity of the weak substrata is given in "5.2.7" in the Code, but the Code doesn't explain under what embedded depth of weak strata the effect of $K_0 \neq 1$ can be ignored. On the basis of the obtained formula of foundation's bearing capacity, the relationship between the relative critical embedded depth (H_{cr}/b) of weak strata and the relative embedded depth of foundation (d/b) was obtained through dimensionless calculation. Finally through calculation examples, curves of relative critical embedded depth (H_{cr}/b) with different foundation widths and different shear strengths of weak layer were acquired. It's concluded that when the shear strength of weak strata and the internal friction angle of topsoil are larger, the relative critical embedded depth of weak substrata H_{cr} is smaller, hence the adverse impact would be smaller.

Key words: foundation's bearing capacity; coefficient of lateral earth pressure; weak substrata; critical depth of weak strata;

~~~~~  
(上接第 33 页)

## Adaptation of Fleets to the Navigable Discharge in the Waterway Between Three Gorges Project and Gezhouba Hydroproject

YAN Wei, ZHOU Ruo, CHENG Zi-bing, YANG Wei, LU Hong

(Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China)

**Abstract:** There are many perilous waterways between Three Gorges Project and Gezhouba Hydroproject. Curved riverway, turbulent water flow, and adverse flow pattern such as whirlpool threaten the safe navigation of ships and fleets. Ship model test was carried out by five representative types of fleets under the discharge of 45 000-35 000  $m^3/s$ , and the test results were presented. When the flow discharge is less than 40 000  $m^3/s$ , the fleets can pass through all the perilous segments between Three Gorges Project and Gezhouba Project, and their sailing parameters meet the safe navigation requirements generally. For small ships whose load capacity are less than 500 t, the safe flow discharge should be limited to less than 35 000  $m^3/s$ . Among the six perilous segments in the riverway between Three Gorges Project and Gezhouba Project, Xitan riverway and Shizinao riverway are the most troublesome in terms of upward sailing difficulty, followed by Liantuo riverway, and then Shipai riverway, Piannao riverway and Nanjin-guan riverway in sequence. The research results are of practical value and guiding significance to the navigation management between Three Gorges Project and Gezhouba Project.

**Key words:** navigation between Three Gorges Project and Gezhouba Project; velocity and flow pattern; ship (fleet)'s adaptation to navigable discharge; ship speed against bank; safe distance to the bank