

不平衡推力迭代法的改进

李博, 蔺宗宗, 杨柳

(兰州大学 土木工程与力学学院, 兰州 730000)

摘要:不平衡推力迭代法假定条块作用力方向平行于上一条块底滑面, 这样可能导致计算结果偏大, 使工程偏于不安全, 通过对坡体滑块间作用力方向角度的修正, 对不平衡推力迭代法做了改进, 并在不考虑地震力和考虑地震力的情况下分别进行了公式的推导。针对具体算例, 利用改进后的计算公式, 在 Visual Basic 编程的基础上, 对具体算例进行了计算, 并和改进前的方法做了比较。结果表明: 改进后的方法对改进前的方法具有一定程度的修正作用, 且改进方法的物理过程更加合理, 在具体应用上具有一定的实用性。

关键词:方向角; 不平衡推力; 迭代法

中图分类号: P642

文献标志码: A

文章编号: 1001-5485(2013)01-0052-04

1 研究背景

不平衡推力法又称传递系数法或剩余推力法, 是我国学者提出的一种边坡稳定性分析方法^[1]。不平衡推力法是我国工民建和铁道部门在核算滑坡稳定性时使用非常广泛的方法, 适用于任意形状的滑裂面^[2]。由于该法能够计及土条界面上的剪力的影响, 可以获得任意形状滑动面在复杂荷载作用下的滑坡推力, 且计算简洁, 具有适用且方便的优点^[3]。但其分析结果在某些情况下会产生很大的误差, 近年来不少学者对不平衡推力法做了改进, 李建明^[4]通过变倾角的方式对传递系数法(不平衡推力法)做了改进, 并对条间作用力的倾角大小进行了量化, 但其量化的准确程度尚未可知。何木、赵其华^[5]则通过对方向角的修正来改进传递系数法(不平衡推力法), 其计算原理是考虑边坡整体的力矩平衡, 但传递系数法在无附加荷载情况下自动满足整体力矩平衡^[1], 因此本文也是基于对方向角的修正, 对不平衡推力迭代法进行了改进。

2 不平衡推力迭代法的基本原理

根据姜德义等^[6]编写的《边坡稳定性分析与滑坡防治》书中介绍的不平衡推力迭代法, 其基本原理如图1。

图1表示有 n 个块体, 各块体作用力如图1所

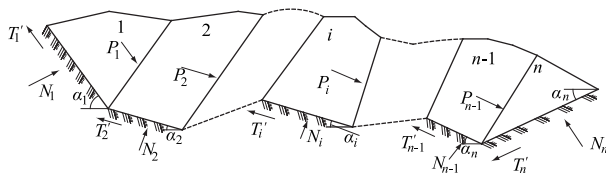


图1 不平衡迭代法计算示意图

Fig. 1 Schematic of calculating unbalanced thrust force using iterative method

示。第 i 块体倾角为 α_i , 块体上作用力分别为 T_i' , N_i , W_i , 各块体相应滑动面均已处于极限平衡状态。设第 $i-1$ 块体对第 i 块体的不平衡推力为 P_{i-1} , 其作用力方向与第 $i-1$ 滑动面平行。

对于第 i 块体, 在极限状态下时可由抗滑力等于下滑力, 计算出不平衡推力 P_i ; 同理, 通过对第 n 块体的受力分析, 可求得稳定系数的表达式, 这样就可以得出稳定系数了。

其计算步骤为: 首先要假定 n 为某一值, 利用 P_i 表达式, 按照 $i=1, 2, \dots, n$ 分别求出各块体间的不平衡推力, 将所求得的 P_{n-1} 代入到稳定系数表达式中, 即可计算出稳定系数 n 。如果假定的 n 值与所求得的 n 值相差很大, 可利用计算所得的 n 值重新计算各块体间不平衡推力 P_{n-1} , 将所求得的 P_{n-1} 代入到稳定系数表达式, 求得稳定系数 n 。如果相差仍很大, 不满足要求时, 应重复上述步骤逐次迭代, 直到2次所得值相差在一定范围内为止, 这时所得 n 值即为所求稳定系数大小。

当然, 也可通过相关计算机程序求解, 从而更加快速地计算出 n 值。

3 基于方向角修正的不平衡推力迭代法的改进

3.1 不考虑地震力条件下的改进

传递系数法中假设第 i 块体对第 $i+1$ 块体的不平衡推力 P_i 的作用方向与第 i 滑动面平行,这与实际情况是有出入的,所得出的稳定系数与实际情况会有误差存在。为了尽可能地减小误差,何木、赵其华^[5]对传递系数法进行了改进,其基于对方向角的修正,通过工程实例验算结果表明,改进后较传统传递算法更精确,物理过程更合理,且可以满足工程精度要求。通过边坡整体力矩平衡进行求解,由图解法可求得滑坡稳定性系数。

本文也是基于对方向角的修正,对不平衡推力迭代法做了改进,推导出计算滑坡稳定系数的公式。

设第 $i-1$ 块体对第 i 块体的不平衡推力为 P_{i-1} ,作用方向为第 $i-1$ 块体滑动面与水平方向夹角的 λ 倍($\lambda = 0.1, 0.2, \dots, 1.5, 1.6$),为 $\lambda\alpha_{i-1}$,对于第 i 块体,其抗滑力与下滑力分别为:

$$T' = T'_i + P_i \cos(\lambda\alpha_i - \alpha_i) =$$

$$\left(\frac{C_i S_i}{n} + \frac{f_i N_i}{n} \right) + P_i \cos(\lambda\alpha_i - \alpha_i) ; \quad (1)$$

$$T = P_{i-1} \cos(\lambda\alpha_{i-1} - \alpha_i) + W_i \sin\alpha_i \quad (2)$$

根据垂直于滑动面上的平衡关系可得

$$N_i = W_i \cos\alpha_i + P_{i-1} \sin(\lambda\alpha_{i-1} - \alpha_i) - P_i \sin(\lambda\alpha_i - \alpha_i) \quad (3)$$

由块体上抗滑力与下滑力相等,即 $T' = T$,可得

$$\left(\frac{C_i S_i}{n} + \frac{f_i N_i}{n} \right) + P_i \cos(\lambda\alpha_i - \alpha_i) =$$

$$P_{i-1} \cos(\lambda\alpha_{i-1} - \alpha_i) + W_i \sin\alpha_i \quad (4)$$

式(1)至(3)中: n 为假定的滑坡稳定系数; i 为块体编号; λ 为方向角修正系数; T' 为抗滑力; T 为下滑力; T'_i 为极限平衡状态下第 i 块体滑动面上的抗滑力; P_{i-1}, P_i 分别为第 $i-1$ 块体、第 i 块体所受法向支持力; α_{i-1}, α_i 分别为第 $i-1$ 块体、第 i 块体的方向角; C_i 为第 i 块体滑动面的内聚力; S_i 为第 i 块体滑动面的面积; f_i 为第 i 块体滑动面的内摩擦系数。

经过简化后可得

$$P_i = \{ P_{i-1} [n \cos(\lambda\alpha_{i-1} - \alpha_i) - f_i \sin(\lambda\alpha_{i-1} - \alpha_i)] + W_i (n \sin\alpha_i - f_i \cos\alpha_i) - C_i S_i \} / [n \cos(\lambda\alpha_i - \alpha_i) - f_i \sin(\lambda\alpha_i - \alpha_i)] \quad (4)$$

其中:

$$A_i = n \cos(\lambda\alpha_{i-1} - \alpha_i) - f_i \sin(\lambda\alpha_{i-1} - \alpha_i);$$

$$B_i = (n \sin\alpha_i - f_i \cos\alpha_i);$$

$$D_i = C_i S_i;$$

$$E_i = n \cos(\lambda\alpha_i - \alpha_i) - f_i \sin(\lambda\alpha_i - \alpha_i)。$$

则(4)式可变为

$$P_i = \frac{A_i P_{i-1} + B_i W_i - D_i}{E_i} \quad (5)$$

第 i 块体的受力情况如图 2 所示。

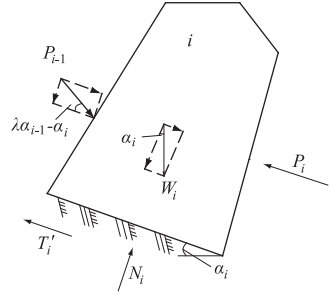


图 2 第 i 块体的受力示意图

Fig. 2 Schematic of forces acting on the i block

同理,第 n 块体的抗滑力等于下滑力,即

$$T = T'。$$

同理,由式(1),(2),(3)可得:

$$T = P_{n-1} \cos(\lambda\alpha_{n-1} - \alpha_n) + W_n \sin\alpha_n ;$$

$$T' = \frac{C_n S_n}{n} + \frac{f_n N_n}{n} ;$$

$$N_n = W_n \cos\alpha_n + P_{n-1} \sin(\lambda\alpha_{n-1} - \alpha_n)。$$

将 T, T' 和 N_n 代入到 $T = T'$,化简后得

$$n = \frac{C_n S_n + f_n [W_n \cos\alpha_n + P_{n-1} \sin(\lambda\alpha_{n-1} - \alpha_n)]}{P_{n-1} \cos(\lambda\alpha_{n-1} - \alpha_n) + W_n \sin\alpha_n} \quad (6)$$

式(6)中 n 即为计算所得稳定系数。

第 n 块体的受力情况如图 3 所示。

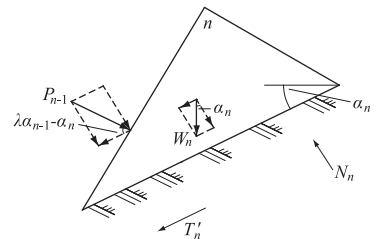


图 3 第 n 块体的受力图

Fig. 3 Schematic of forces acting on the n block

3.2 考虑地震力的条件下的改进

对于第 i 块体,其抗滑力与下滑力分别为:

$$T' = T'_i + P_i \cos(\lambda\alpha_i - \alpha_i) =$$

$$\left(\frac{C_i S_i}{n} + \frac{f_i N_i}{n} \right) + P_i \cos(\lambda\alpha_i - \alpha_i) ;$$

$$T = P_{i-1} \cos(\lambda\alpha_{i-1} - \alpha_i) + W_i \sin\alpha_i + k_s W_i \cos\alpha_i \quad (5)$$

其中,

$$N_i = P_{i-1} \sin(\lambda\alpha_{i-1} - \alpha_i) - P_i \sin(\lambda\alpha_i - \alpha_i) +$$

$$W_i \cos\alpha_i - k_s W_i \sin\alpha_i。$$

由抗滑力等于下滑力,即 $T' = T$ 可得

$$P_i = \{ P_{i-1} [n \cos(\lambda \alpha_{i-1} - \alpha_i) - f_i \sin(\lambda \alpha_{i-1} - \alpha_i)] + W_i [n (\sin \alpha_i + k_s \cos \alpha_i) - f_i (\cos \alpha_i - k_s \cos \alpha_i)] - C_i S_i \} / [n \cos(\lambda \alpha_i - \alpha_i) - f_i \sin(\lambda \alpha_i - \alpha_i)] \quad (7)$$

式(7)中 k_s 为水平地震影响系数; $k_s W_i$ 即为条块 n 中水平地震力大小。

其中:

取 $A_i = n \cos(\lambda \alpha_{i-1} - \alpha_i) - f_i \sin(\lambda \alpha_{i-1} - \alpha_i);$

$D_i = C_i S_i;$

$E_i = n \cos(\lambda \alpha_i - \alpha_i) - f_i \sin(\lambda \alpha_i - \alpha_i);$

$F_i = n (\sin \alpha_i + k_s \cos \alpha_i) - f_i (\cos \alpha_i - k_s \cos \alpha_i)。$

则(7)式可变为

$$P_i = \frac{A_i P_{i-1} + F_i W_i - D_i}{E_i} \quad (8)$$

地震力条件下第 i 块体的受力情况如图 4 所示。

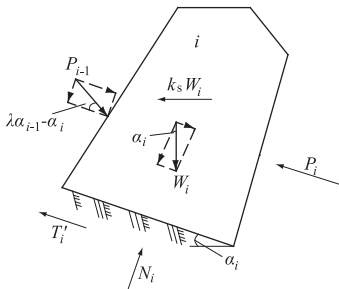


图 4 地震力条件下第 i 块体的受力图

Fig. 4 Forces acting on the i block in the presence of earthquake force

同理,对于第 n 块体,其抗滑力和下滑力分别为:

$$T = P_{n-1} \cos(\lambda \alpha_{n-1} - \alpha_n) + W_n \sin \alpha_n + k_s W_n \cos \alpha_n;$$

$$T' = \frac{C_n S_n}{n} + \frac{f_n N_n}{n}。$$

其中

$$N_n = W_n \cos \alpha_n + P_{n-1} \sin(\lambda \alpha_{n-1} - \alpha_n) - k_s W_n \sin \alpha_n。$$

由 $T = T'$, 可得

$$n = \{ C_n S_n + f_n [W_n (\cos(\alpha_n - k_s \sin \alpha_n) + P_{n-1} \sin(\lambda \alpha_{n-1} - \alpha_n))] \} / [P_{n-1} \cos(\lambda \alpha_{n-1} - \alpha_n) + W_n (\sin \alpha_n + k_s \cos \alpha_n)] \quad (9)$$

地震力条件下第 n 块体的受力情况如图 5 所示。

该方法的计算模式是先假定 λ 的大小,其中 $\lambda = 0.1, 0.2, \dots, 1.5, 1.6$, 在计算中可中间插值,后续的具体计算步骤同改进前的方法。

4 工程应用

在文献[6]中,某边坡如图 6 所示,滑动土体根据滑动面形状可分为 3 个条块,各条块底面尺寸如图 6 所示。

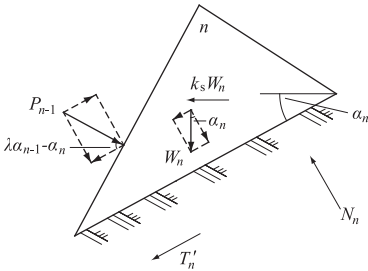


图 5 地震力条件下第 n 块体的受力图

Fig. 5 Forces acting on the n block in the presence of earthquake force

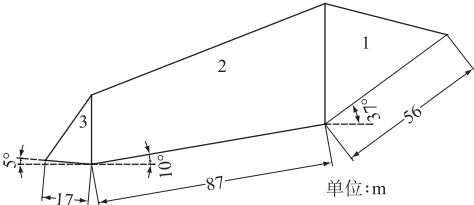


图 6 边坡剖面示意图

Fig. 6 Sketch of slope profile

4.1 边坡参数

据工程资料,边坡各条块的物理力学参数如下。

第 1 条块:

$$W_1 = 11\ 000\ \text{kN}, \varphi_2 = 37^\circ, c_1 = 0, \alpha_2 = 37^\circ;$$

第 2 条块:

$$W_2 = 39\ 500\ \text{kN}, \varphi_2 = 7.5^\circ, c_2 = 5\ \text{kPa}, \alpha_2 = 10^\circ;$$

第 3 条块:

$$W_2 = 400\ \text{kN}, \varphi_2 = 7.5^\circ, c_3 = 5\ \text{kPa}, \alpha_2 = -5^\circ。$$

4.2 计算过程

由于推导后的公式中存在 2 个变量,分别是 n 和 λ ,如果采用手算,则计算过程过于复杂,因此,本文采用 Visual Basic 编程的方式解决。基于上述公式,以 n 和 λ 为自变量,首先找出合适的 n 值范围,在此范围内经过多次循环计算,由于程序编写中 2 个量不能用同一参数表示,因此,记带入 n 和 λ 后计算所得的 n 为 x ,以便于区分。经过循环计算,选取 n 的范围为 0.9 ~ 1.0,再经过多次循环计算,即可求出稳定系数。当 $n = 0.91$ 时所得结果如表 1。

在 $n = 0.91, \lambda = 1.217$ 时,计算所得稳定系数为 $x = 0.909\ 952\ 4, n$ 与 x 最为接近。故最终的稳定系数的计算结果取为 0.910。

4.3 结果分析

通过编程计算,其所得的结果表明,在 $\lambda = 1.217$ 的情况下,最终所得稳定系数为 0.910,小于 1,该边坡是不稳定的;当 $\lambda = 1$ 时,即为传统不平衡推力迭代法,通过计算可求得 $n = 0.909$;在姜德义、朱合华、杜云 编写的《边坡稳定性分析与滑坡防治》一书中,取 $n = 1.1$,最终计算的不平衡推力大于 0,边坡是不稳定的。

表 1 不同 λ 值时的计算结果

Table 1 Calculation results with different λ values

| λ 值 | P ₁ 值 | P ₂ 值 | x 值 |
|------------|--|--------------------------------------|------------------|
| λ = 1. 210 | P ₁ = -744. 946 891 006 164 | P ₂ =204. 046 664 127 566 | x =0. 902 555 9 |
| λ = 1. 211 | P ₁ = -745. 470 525 197 799 | P ₂ =203. 997 773 447 038 | x =0. 907 896 3 |
| λ = 1. 212 | P ₁ = -745. 995 230 099 630 | P ₂ =203. 948 799 485 271 | x =0. 908 237 4 |
| λ = 1. 213 | P ₁ = -746. 521 008 679 507 | P ₂ =203. 899 706 231 886 | x =0. 908 579 3 |
| λ = 1. 214 | P ₁ = -747. 047 808 083 964 | P ₂ =203. 850 583 958 560 | x =0. 908 921 6 |
| λ = 1. 215 | P ₁ = -747. 575 631 066 625 | P ₂ =203. 801 369 807 818 | x =0. 909 264 6 |
| λ = 1. 216 | P ₁ = -748. 104 592 372 476 | P ₂ =203. 752 079 169 311 | x =0. 909 608 3 |
| λ = 1. 217 | P ₁ = -748. 634 527 041 480 | P ₂ =203. 702 751 079 965 | x =0. 909 952 4 |
| λ = 1. 218 | P ₁ = -749. 165 606 068 930 | P ₂ =203. 653 260 725 704 | x =0. 910 297 6 |
| λ = 1. 219 | P ₁ = -749. 697 720 269 689 | P ₂ =203. 603 762 783 332 | x = 0. 910 643 0 |

5 结 论

(1) 本文基于对滑块推力方向角的修正,对不平衡推力迭代法做了改进。论文中改进方法的推导过程是合理的,从理论上来说也是科学的,该方法具有一定的实用性,但尚需具体工程实例的验证。

(2) 在具体算例的计算中,由于计算量较大,采用 Visual Basic 编程的方式进行计算,其结果表明利用改进后的方法比改进前的方法所得稳定系数偏大 0. 11%,二者是比较接近的。

(3) 改进方法考虑了地震力作用的情况,使得应用范围更加广泛。

参考文献:

[1] 孟庆银. 用不平衡推力法快速计算边坡的稳定因数[J]. 土工基础, 2010, 24(6): 53 – 55. (MENG Qing-yin. Efficient Calculation of Slope Stability Factor with Unbalanced Thrust Force Method[J]. Soil Engineering and Foundation, 2010, 24(6): 53 – 55. (in Chinese))

[2] 严绍军, 唐辉明, 项 伟. 地下排水对滑坡稳定性影响动态研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(6): 1639 – 1643. (YAN Shao-jun, TANG Hui-ming, XIANG Wei. Study on Dynamics of Underground Drainage Effect on

Landslide Stability[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(6): 1639 – 1643. (in Chinese))

[3] 张月英. 基于改进不平衡推力模式的边坡稳定性分析及程序实现[D]. 长沙: 湖南大学, 2007. (ZHANG Yue-ying. Stability Analysis of Slope Based on Improved Imbalance Thrust Force Method and the Realization of Its Program[D]. Changsha: Hunan University, 2007. (in Chinese))

[4] 李建明. 变倾角传递系数法及其在水电站滑坡分析中的应用[J]. 水电站设计, 2010, 26(4): 13 – 15, 19. (LI Jian-ming. Variable Inclination Transfer Coefficient Method and Its Application in Landslide Analysis of Hydropower Station[J]. Design of Hydroelectric Power Station, 2010, 26(4): 13 – 15, 19. (in Chinese))

[5] 何 木, 赵其华. 基于方向角修正的改进传递系数法[J]. 地质灾害与环境保护, 2010, 21(1): 79 – 82. (HE Mu, ZHAO Qi-hua. Improved Transfer Coefficient Method Based on Correcting Direction Angle[J]. Journal of Geological Hazards and Environment Preservation, 2010, 21(1): 79 – 82. (in Chinese))

[6] 姜德义, 朱合华, 杜云贵. 边坡稳定性分析与滑坡防治[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 2005. (JIANG De-yi, ZHU He-hua, DU Yun-gui. Slope Stability Analysis and Landslide Control[M]. Chongqing: Chongqing University Press, 2005. (in Chinese))

(编辑:姜小兰)

Improvement of Iterative Method to Calculate Unbalanced Thrust Force

LI Bo, LIN Zong-zong, YANG Liu

(School of Civil Engineering and Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

Abstract: In the calculation of unbalanced thrust force using iterative algorithm, the inter-slice force direction is assumed to be parallel to the sliding surface of the upper slice bottom, which results in excessive calculation value and leads to unsafety of projects. The authors improved the method through correcting the angle between the directions of inter-slice forces in the slope. What’s more, we derived the formulas respectively in the presence of and in the absence of seismic force. On the basis of Visual Basic programming, we applied the improved formula to the calculation of an example and compared the result with that of the previous unimproved formula. The result indicates that the improved method is practicable, and presents a more reasonable physical process.

Key words: direction angle; unbalanced thrust force; iterative method