

文章编号:1001-5485(2009)02-0041-04

# 基于 FSI 系统的 $(u_i, p)$ 格式大型渡槽动力分析

张多新,王清云,刘东常

(华北水利水电学院,郑州 450011)

**摘要:**槽体固体以位移为基本未知量,槽内水体以流场压力  $p$  为基本未知量,用能量变分原理推导了流固耦合(FSI)系流有限元分析的  $(u_i, p)$  格式,给出流固耦合系统的动力特性方程,并基于 FSI 系统的  $(u_i, p)$  格式建立渡槽槽体-水体-槽墩-基础-地基系统的力学模型,采用非对称模态提取法求解了渡槽的动力特性,并用隐式-显式积分算法计算了强震作用下大型渡槽的动力响应。计算结果表明,基于  $(u_i, p)$  格式的流固耦合系统有限元分析的格式,考虑到槽体与水体的相互作用,简化了计算模型,提高了计算精度,同时也得出不同过水量下槽体结构动力特性和动力响应的变化规律等结论。

**关键词:** fluid-solid interaction (FSI); 渡槽; 动力分析

**中图分类号:** TV332

**文献标识码:** A

大型渡槽的动力学问题实属流固耦合的动力学问题,方程的特点是定义域同时有流体域和固体域,未知变量通常无法单独求解。基于此国内学者在大型渡槽流固耦合的动力学方面做了很多工作:文献[1]中,计算动力特性和响应时采用 westergaard H. M 法,计算了槽体一侧单位面积水的附加质量,采用动力有限元法进行了渡槽结构的计算;文献[2,3]中,根据符拉索夫及豪斯纳尔(Housner)理论建立考虑水体与渡槽槽身流固耦合的渡槽薄壁结构空间响应计算模型,得出槽内水体质量对渡槽的横向地震响应有较大的影响。文献[4]应用任意的拉格朗日-欧拉(ALE)方法,研究了渡槽结构在 EL-Centro 地震波激励下的振动反应。文献[1~3]在研究渡槽动力学问题时,仅考虑了水体对槽体的影响,而文献[4]采用 ALE 方法,考虑了流固耦合问题的非线性大晃动特征,建模较为复杂,不便工程应用。笔者认为在大型渡槽动力特性和响应分析中,不仅要考虑水体对槽体的影响,还要考虑槽体的变形对水体的影响,因为渡槽结构是空间薄壳结构,槽体变形会明显影响水体和槽体的相互作用;在力学模型建立过程中,假设水体为无粘、可压缩和小扰动的,水体表面为小波动,固体则考虑为线弹性的,则可以简化渡槽结构动力计算模型的建立,方便工程应用。为此,本文建立了 FSI 系统的  $(u_i, p)$  格式,给出流固耦合系统的动力特性方程,并基于 FSI 系统的  $(u_i, p)$  格式建立渡槽槽体-水体-槽墩-基础-地基系统的力学模型,采用非对称模态提取法求解了渡槽的动力特性,并用隐式-显式积分算法计算了强震作用下大型渡槽的动力响应。计算

结果表明,基于  $(u_i, p)$  格式的流固耦合系统有限元分析的格式,考虑到槽体与水体的相互作用,简化了计算模型,提高了计算精度,同时也得出不同过水量下槽体结构动力特性和动力响应的变化规律等结论,可为大型渡槽及同类工程动力设计提供参考。

## 1 流固耦合系统有限元分析位移-压力 $(u_i, p)$ 格式

在流固耦合系统中,固体域的方程以位移  $u_i$  作为基本未知变量,而流体域以流场压力  $p$  作为基本未知量,建立的有限元格式称为流固耦合分析的位移-压力  $(u_i, p)$  格式<sup>[5]</sup>,其控制方程如下:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ -\mathbf{Q}^T & \mathbf{M}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{a}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \frac{1}{\rho_f} \mathbf{Q} \\ 0 & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{p}$  为流体结点压力向量;  $\mathbf{a}$  为固体结点位移向量;  $\mathbf{Q}$  为流固耦合矩阵;  $\mathbf{M}_f$  和  $\mathbf{K}_f$  分别为流体质量矩阵和流体刚度矩阵;  $\mathbf{M}_s$  和  $\mathbf{K}_s$  分别为固体质量矩阵和固体刚度矩阵;  $\mathbf{F}_s$  为固体外载荷向量;  $\rho_f$  为流体质量密度。

## 2 流固交界面边界条件

(1) 运动学条件:流固交界面 ( $S_0$ ) 上法向速度应保持连续,即

$$\frac{\partial p}{\partial n_f} + \rho_f \ddot{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{n}_f = 0 \text{ (在 } S_0 \text{ 界面)}. \quad (2)$$

收稿日期:2008-01-31; 修回日期:2008-08-04

基金项目:南水北调工程建设重大关键技术及应用(JGZXJ2006-10);华北水利水电学院青年基金(HSQJ2009-005)

作者简介:张多新(1978-),男,甘肃张掖人,硕士,讲师,主要从事水工结构建模与仿真研究,(电话)13673687501(电子信箱)dxzhang@ncwu.edu.cn。

式中： $\mathbf{u}$  为固体位移向量； $\rho_f$  为流体质量密度。

(2) 力连续条件:流固界面( $S_0$ )上法向力应保持连续,即

$$\sigma_{ij}n_{sj} = pn_{si}(\text{在 } S_0 \text{ 界面})。$$
(3)

### 3 流固耦合系统的动力特性分析

流固耦合系统的有限元方程(1)式的齐次形式,即它的右端项 $\mathbf{F}_s=0$ 时,称为流固耦合系统的动力特性方程。与非耦合系统的动力特性方程不同,耦合系统动力特性方程中的矩阵是非对称的,应采用非对称的特征值和特征向量的求解方式进行渡固耦合系统的动力特性分析<sup>[6]</sup>。

### 4 流固耦合系统的动力响应计算:隐式-显式算法

为提高计算效率,在固体域和流体域的运动方程分别采用隐式和显式逐步积分的算法,即隐式-显式算法。

现将 Newmark 方法的基本公式改写为预测-校正形式,即:

$$\dot{a}_{n+1} = \tilde{\dot{a}}_{n+1} + \delta\Delta t \ddot{a}_{n+1} \quad ;$$
(4)

$$a_{n+1} = \tilde{a}_{n+1} + \alpha\Delta t^2\ddot{a}_{n+1} \quad \circ$$
(5)

其中:

$$\tilde{\dot{a}}_{n+1} = \dot{a}_n + (1 - \delta)\Delta t \ddot{a}_n \quad ;$$

$$\tilde{a}_{n+1} = a_n + \Delta t \dot{a}_n + (\frac{1}{2} - \alpha)\Delta t^2\ddot{a}_n \quad \circ$$

$\tilde{\dot{a}}_{n+1}$ 和 $\tilde{a}_{n+1}$ 分别称为 $\dot{a}_{n+1}$ 和 $a_{n+1}$ 的预测值,而 $\delta\Delta t \ddot{a}_{n+1}$ 和 $\alpha\Delta t^2\ddot{a}_{n+1}$ 分别称为 $\dot{a}_{n+1}$ 和 $a_{n+1}$ 校正值。下标 $n+1$ 和 $n$ 表示逐步积分的序号,相当于 $t+\Delta t$ 和 $t$ 。

此时 $\dot{p}_{n+1}$ 和 $p_{n+1}$ 仍采用类似于(4)和(5)式的形式,但代入流体域运动方程的只是它们的预测值。即以

$$\dot{p}_{n+1} = \tilde{\dot{p}}_{n+1}; \quad p_{n+1} = \tilde{p}_{n+1} \circ$$
(6)

代入(1),就可以得到流固耦合系统运动方程的隐式-显式算法的逐步递推公式为

$$\ddot{\mathbf{M}}_s\ddot{\mathbf{a}}_{n+1} + \frac{\alpha\Delta t^2}{\rho_f}\mathbf{Q}\ddot{\mathbf{p}}_{n+1} = (\hat{\mathbf{F}}_s)_{n+1};$$

$$\mathbf{M}_f\ddot{\mathbf{p}}_{n+1} - \mathbf{Q}\ddot{\mathbf{a}}_{n+1} = (\hat{\mathbf{F}}_f)_{n+1} \circ$$
(7)

其中:

$$\hat{\mathbf{M}}_s = \mathbf{M}_s + \alpha\Delta t^2\mathbf{K}_s;$$
(8)

$$(\hat{\mathbf{F}}_s)_{n+1} = (\mathbf{F}_s)_{n+1} + \mathbf{K}_s\tilde{\mathbf{a}}_{n+1} - \frac{1}{\rho_f}\mathbf{Q}\tilde{\mathbf{p}}_{n+1};$$
(9)

$$\hat{\mathbf{M}}_f = \mathbf{M}_f + \alpha\Delta t^2\mathbf{K}_f;$$
(10)

$$(\hat{\mathbf{F}}_f)_{n+1} = -\mathbf{K}_f\tilde{\mathbf{p}}_{n+1} \circ$$
(11)

在每一步解出 $\ddot{\mathbf{a}}_{n+1}$ 和 $\ddot{\mathbf{p}}_{n+1}$ 以后,仍以(4)、(5)式及其类似形式得到经校正后的 $\dot{\mathbf{a}}_{n+1}$ , $a_{n+1}$ 和 $\dot{\mathbf{p}}_{n+1}$ , $p_{n+1}$ 。然后进入下一步的计算,直到完成全部过程。

## 5 工程实例

### 5.1 工程概况及分析条件

某梁式渡槽,槽身段 630 m,单跨长 30 m。槽体为矩形截面双渡槽结构,断面如图 1 所示。渡槽的设计流量为 305 m<sup>3</sup>/s,加大流量为 365 m<sup>3</sup>/s。支撑结构为空心薄壁重力墩,最大墩高 15 m,墩壁厚 1 m。槽墩上部宽度为19.3 m,下部宽度为 22 m。基础采用 2 排共 10 根直径为1.8 m的灌注摩擦桩。该渡槽所在地区的地震基本烈度为Ⅶ度,地震动峰值加速度 0.1 g,场地类别为Ⅱ类。渡槽槽体混凝土采用 C50,动弹模44.85 GPa,墩帽、薄壁槽墩、桩墩及桩身混凝土采用 C30,动弹模39.0 GPa。地震激励本文选用 EL-Centro 地震波(调幅至0.1 g)。时间步长为0.02 s,如图 2 所示。考虑渡槽在空槽、1/4 槽水位、半槽水位、3/4 槽水位、设计水位和校核水位 6 种工况。

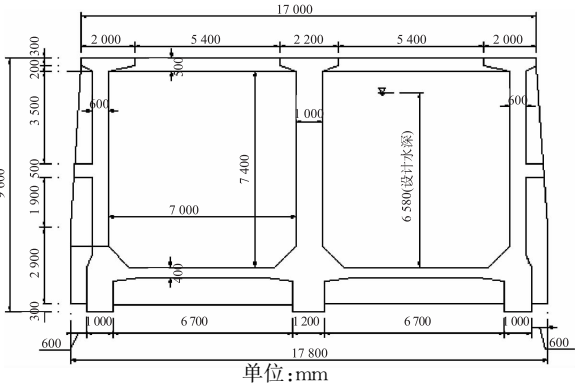


图 1 渡槽断面图

Fig.1 The section of an aqueduct

### 5.2 渡槽自振特性分析

以 FSI 系统的( $u_i, p$ )建立槽体-水体-槽墩-基础-地基系统的力学模型,并在系统质量矩阵中引入相邻跨渡槽的水体的质量,在刚度矩阵中引入支座的刚度,经对系统的特性方程求解,得到在各种流量下大型渡槽的自振特性及主振型,并给出自振频率与水深的变化关系曲线(如图 2),主振型参见文献[7]。

由图 3 可以看出,流固耦合的相互作用对槽体的自振频率有一定的影响,随着水深的加大,渡槽的

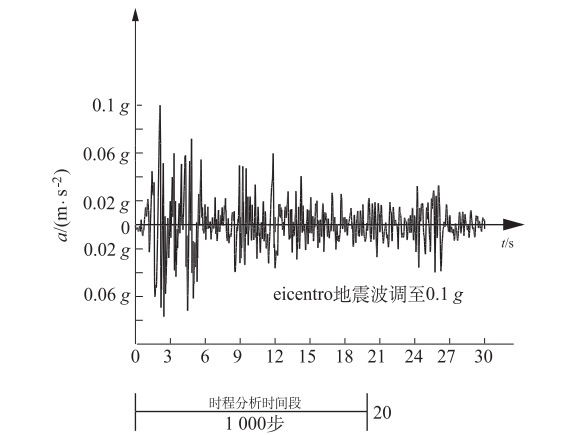


图 2 EL-Centro 地震波

Fig. 2 The earthquake wave of EL-Centro

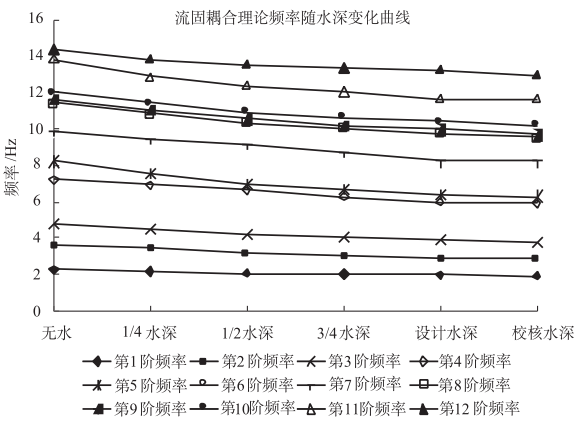


图 3 自振频率与水深变化曲线

Fig. 3 The curve of natural vibration frequency-depth of water

自振频率逐渐降低。从计算结果来看,设计水深时,基于前述 3 种方法计算的自振频率相差不大,第一阶频率分别为 1.943 0(FSI 系统的 $(u_i, p)$ 格式)、1.981 7(westergaard H. M)、1.989 5(Housner)。若以流固耦合理论的结果作为参考,后二者的相对差值为 1.99% 和 2.39%。其他阶次的频率以及其他水深下的频率的相对差值一般在 5.0% 以内。

从振动形态来看,第一阶振型主要是渡槽薄壁墩的纵向弯曲振动,而槽身则在纵向做刚体往复振动,说明槽身与薄壁墩相比,槽身相对较刚;第二阶振型是槽身与槽墩绕纵轴转动;第三阶振型主要表现为渡槽墙体的横向扭转振动;第四阶是槽顶横梁的振动,直到第 5 阶振型时才出现槽体上下弯曲振动,说明槽体纵向刚度较大。分析各种过水量时振动形态,发现渡槽水深的变化对振动形态的影响不大。随着水深的加大,横向振动频率比纵向振动频率变化较快,主要因为水体对渡槽槽体的纵向附加质量小。

5.3 动力响应分析

响应分析中使用显式-隐式积分技术进行时间

积分。限于篇幅,本文仅给出跨中断面侧墙顶部区域内的结点 1、跨中断面侧墙与底板相交处附近的结点 3 在设计水深和校核水深的位移响应和纵向应力响应,如图 4。

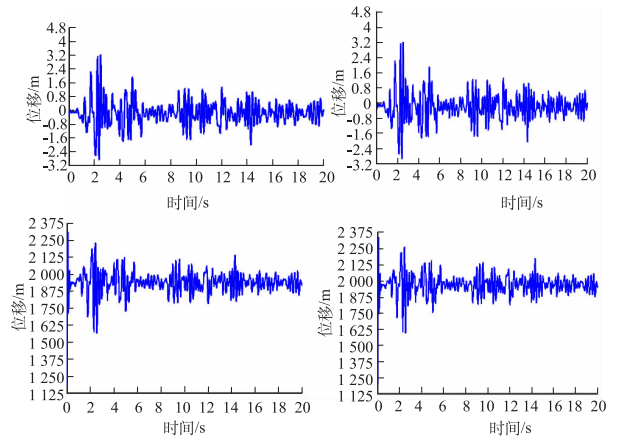


图 4 关键点响应时程曲线

Fig. 4 The response history curve of keypoint

5.3.1 动位移响应分析

(1) 6 种工况下结构在横向激励下槽身的最大动位移均发生在跨中右槽侧墙顶端,渡槽槽身横向位移的总体规律是上部大,底部小。对 6 种工况的槽身节点计算结果全时域搜最值,横向位移最值为: 1.84 mm(空槽)→2.10 mm(1/4 槽水位)→2.38 mm(1/2 槽水位)→2.92 mm(3/4 槽水位)→3.81 mm(设计水位)→3.91 mm(校核水位),纵向最大动位移由空槽时的 0.11 mm 增加到校核水深时的 0.16 mm。可以看出动位移随过水流量的增大而增大。这时由于随着水位的增加,渡槽结构的上部质量增大,从而使作用在槽体上地震作用增大的缘故。同时小的动位移也说明本文所选用的渡槽槽身刚度较大。

(2) 对位移时程曲线进行分析,可看出在空槽、1/4 槽水位、1/2 槽水位这 3 种工况下,结构在横向激励下槽身的最大动位移均发生在 2.32 s 左右,这与激励最大值同步。但是在设计水位和校核水位工况下,槽身动位移最大值发生在 4.60 s 左右。这说明在槽内水体较少时,渡槽结构的动位移响应与地震激励有较好的同步,但是在槽内水体较多的情况下,渡槽结构的动位移响应对于地震激励则相对滞后。

5.3.2 动应力响应分析

(1) 由计算结果可看出,横向最大压应力发生在下游中墙端面底部,最大拉应力发生在上游中墙端面底部;纵向最大压应力发生在下游 1/10 跨左墙底部,纵向最大拉应力发生在上游 1/10 跨左墙底部。横向最大拉应力: 2.70 MPa(空槽)→5.43 MPa(1/4 槽水位)→5.98 MPa(1/2 槽水位)→

6.586 MPa(3/4 槽水位)→7.81 MPa(设计水位)→8.38 MPa(校核水位)。横向最大压应力空槽时 2.70 MPa 增加到校核水位 3.19 MPa。纵向最大压应力由空槽时的 1.07 MPa 增加到校核水深时的 2.08 MPa;最大拉应力则由空槽时的 0.91 MPa 增加到校核水深时的 2.26 MPa。所以结构的动应力随水流量的增大而增大,纵、横向应力在底板纵横梁及竖肋的相交处集中。

(2) 计算结果分析表明,各个工况下在横向加速度的激励作用下,中墙的横向应力  $\sigma_x$  大于侧墙的,底部的横向应力  $\sigma_x$  大于上部结构的;而纵向应力  $\sigma_y$ ,无论是中墙还是侧墙,下部的大于上部的,侧墙的大于中墙的。

(3) 对 FSI 系统的  $(u_i, p)$  格式和 westergaard H. M 原理的计算结果对比分析,前者客观地反映了渡槽结构在地震作用下的受力性能。由于前者考虑了水体对槽底板的横向压力,故在横向地震动激励下,引起的横向集中应力较后者约大 15% 左右。同时,前者计算得到的纵向应力比后者小,在各种水深下约小 8.5% 左右,主要原因是后者附加在槽壁的质量比前者大。故在横向加速度作用下,引起的惯性力比前者大的缘故。

(4) 横向地震激励作用下,渡槽的纵向应力比横向应力较有规律,纵向应力跨中大,向两端逐渐变小。槽底纵横梁对横向应力影响较大,容易在纵横梁交界处引起应力集中。

## 6 结 语

本文应用时程分析法对大型渡槽进行了动力响应分析研究,研究结果表明:

(1) 基于  $(u_i, p)$  格式的流固耦合系统有限元分析格式,考虑到槽体与水体的相互作用,简化了计算模型,提高了计算效率,可为大型渡槽及同类工程动力设计提供参考。

(2) 隐式-显式算法,对流体域和固体域可以采用不同的时间步长进行积分,能显著提高计算效率。

(3) 水体对渡槽槽身和整个渡槽的动力响应影响较大。在大型渡槽的动力分析中,必须考虑动水压力的影响,建立合理的、连同水体在内的结构计算模型。

(4) 渡槽结构的动位移和动应力随渡槽槽内水位的增加而增大。

(5) 渡槽设计时应充分考虑槽身与槽墩的刚度关系,以减小槽体的变形和应力,还应注意纵横梁的相对刚度,以减小应力集中。

(6) 在渡槽抗震设计时,当槽内水体较多时,需考虑由结构自振频率减小,自振周期增大带来的影响。

## 参考文献:

- [1] 高兑现,李正农,唐永胜,等. 渡槽结构地震反应分析[J]. 水利发电学报,2004,23(5):40-43.
- [2] 徐建国,陈 淮,王 博,等. 考虑渡固动力相互作用的大型渡槽地震响应研究[J]. 土木工程学报,2005,38(5):67-73.
- [3] 李涛峰,白新理,张多新. 大型渡槽结构动力响应分析[J]. 南水北调与水利科技,2007,5(4):79-82.
- [4] 吴 轶,莫海鸿,杨 春. 排架-渡槽-水三维耦合体系地震响应分析[J]. 水利学报,2005,36(3):280-285.
- [5] 王勘成. 有限单元法[M]. 北京:清华大学出版社,2003.
- [6] 李庆扬,王能超,易大义. 数值分析(第四版)[M]. 北京:清华大学出版社,2001.
- [7] 华北水利水电学院. 南水北调工程建设重大关键技术研究与运用,大型渡槽施工期和运营期、动态跟踪、温度荷载及动力分析[R]. 郑州:华北水利水电学院,2007.

(编辑:曾小汉)

# Dynamic Analysis of Large Aqueduct Based on Format $(u_i, p)$ of FSI System

ZHANG Duo-xin, WANG Qin-gun, LIU Dong-chang

(North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Zhengzhou 450011, China)

**Abstract:** A dynamic characteristic equation is given, in which two basic unknown variables(aqueduct displacement  $u_i$  and water pressure  $p$ ) are let in, and the coupling format  $(u_i, p)$  with finite element analysis (FEA) of fluid-solid interaction(FSI) derived from energy variational principle is adopted. And on the basis of FEA's format  $(u_i, p)$

(下转第 47 页)