

文章编号:1001-5485(2009)01-0021-04

# 反演综合变形模量的改进目标函数方法

谷艳昌<sup>1</sup>,谷水亮<sup>2</sup>

(1.南京水利科学研究院 大坝安全与管理研究所,南京 210029; 2.成都理工大学 核技术与自动化工程学院,成都 610059)

**摘要:**优化反演方法在工程反演计算过程中,需要进行反复的正演计算,对于单次正演计算规模较大的情况势必将耗费大量机时,导致效率非常低,因此有必要对其进行改进。分析引起正演计算的根本原因,并从目标函数入手,提出了相应的改进形式,完成了改进形式计算求解推导,然后与传统遗传算法相结合,开发了综合变形模量的优化反演程序。将改进后的方法应用于小湾水电站工程,反演了施工期坝基综合变形模量。结果表明,所提出的改进方法,克服了传统遗传算法需要大量正演计算的固有瓶颈,极大地提高了反演计算效率,而且精度有保证。

**关 键 词:**综合变形模量;优化反演;目标函数改进;改进遗传反演算法;小湾水电站

中图分类号:TV311 文献标识码:A

反演分析通常是仿效系统识别理论,是根据建筑物施工期和运行期实测变形、应力等资料,反过来推算材料参数及其它源项,在工程计算中占有重要地位<sup>[1~3]</sup>。目前,反演分析方法主要有以下2种:逆解法与优化算法。所谓逆解法,是根据有限元法的基本方程推导出观测值与待求参数之间的显示方程,由实测值便可以一步求出待求参数;而优化算法是指以目标函数为控制条件,首先给定待反演参数的初始解进行正分析,然后以正分析的结果为依据,通过一定的数学优化方法如单纯形、复合形以及遗传算法等搜索出下一个解,如此反复运算,直到目标函数满足给定尺度下的精度为止。随着优化算法及计算机技术的快速发展,优化反演在实际反演分析中应用将会更加普遍。

然而,优化算法亦有自身的缺陷,其中计算效率低就是其中之一。从优化算法的概念可以看出该类方法需要反复甚至是大量的反复正演计算,随着计算精度要求越来越高,工程计算规模越来越大,单次正演计算本身便会耗费较多机时,这样一来整个优化反演过程的计算成本也将大大增加,计算效率自然就很低,因此很有必要对其进行改进。我们知道,优化反演算法中正演计算最终目的是为了获得目标函数的值,或者说正是由于计算目标函数值的需要才进行正演计算的,所以我们不妨从目标函数的构造方法入手来改进优化算法。为此,文中提出了综合变模反演目标函数的改进形式,并推导了改进形式的计算求解公式;基于该改进形式目标函数,与遗

传优化算法相结合,开发了优化反演程序。最后,把改进后的方法应用于小湾水电站工程,建立了分步开挖正演计算有限元模型,反演了施工期该电站坝基综合变形模量。计算结果表明,本文所提出的改进方法,克服了传统遗传优化算法在计算过程中需要大量正演计算的固有瓶颈,极大地提高了反演计算效率,节省了计算成本,同时计算精度亦有保证。此外,改进后的目标函数同样可以与其它优化算法联合开发相应的新算法。

## 1 传统目标函数的改进形式及其计算求解

### 1.1 目标函数的改进形式

传统优化算法中常用的目标函数形式如下:

$$\dot{Q} = \sum_{i=1}^N (\delta_i - \delta_i^m)^2, \quad (1)$$

式中: $\dot{Q}$ 为计算值与实测值残差平方和; $N$ 为观测点数; $\delta_i$ 为计算位移; $\delta_i^m$ 为观测位移。

优化反演的最终目的是获得使 $\dot{Q}$ 的值即残差平方和为最小时的材料参数。从式(1)可以看出,要想获得计算位移值, $\delta_i$ 就需要进行正演分析。对于弹性参数反演而言, $\delta_i$ 是材料参数、边界条件、计算荷载等的函数,即有

$$\delta_i = f(E, \mu, P, \Gamma, \Delta), \quad (2)$$

式中: $E, \mu$ 分别为模型变形模量与泊松比; $P$ 为作

收稿日期:2007-10-25

基金项目:“十一五”国家科技支撑计划课题(2006BAC14B06);南京水利科学研究院基金(Y70801)

作者简介:谷艳昌(1980-),男,河南开封人,博士,主要从事大坝安全监控与管理的研究工作,(电话)025-85828185(电子信箱)g\_ruby@126.com & yegu@nhri.cn。

用于模型上的总荷载;  $\Gamma$  为模型上的总约束条件;  $\Delta$  为模型中其他因素的综合。对于给定的计算模型如有限元模型, 将  $P, \Gamma, \Delta$  三项因素视为不变量。

显然,  $Q$  也应该是上述因素以及实测值的函数, 即

$$Q = f(E, \mu, P, \Gamma, \Delta, \delta_i^m), \quad (3)$$

各个符号意义同上。从式(3)可以看出对于给定的模型以及观测资料, 函数中  $P, \Gamma, \Delta, \delta^m$  可以被视为常量; 又由于泊松比对位移影响很小且变化不大<sup>[3]</sup>,  $\mu$  也可以被视为常量, 所以式(3)仅为模型材料  $E$  的连续函数。设模型变形模量的初始值为  $E_0$ , 将函数  $F$  在初始值处进行  $n$  级泰勒展开为

$$\begin{aligned} F(E_j) &= Q \approx Q = F(E_0) + \\ F'(E_0)(E - E_0) &+ \frac{F''(E_0)}{2!}(E - E_0)^2 + \cdots + \\ \frac{F^{(n)}(E_0)}{n!}(E - E_0). \end{aligned} \quad (4)$$

上式即为传统目标函数的改进形式, 其中  $n$  的取值依据计算精度及工程实际情况而定。

## 1.2 改进形式的计算求解

这里令  $Q_0 = F(E_0)$ ,  $Q_1 = F'(E_0)(E - E_0)$ ,  $\dots$ ,  $Q_n = \frac{F^{(n)}(E_0)}{n!}(E - E_0)^n$ , 下面分别推求  $Q_0, Q_1, \dots, Q_n$  的表达式。

$F(E_0)$  代表结构材料取初始参数时的残差平方和, 显然由式(1)可以得到

$$Q_0 = \sum_{i=1}^N (\delta_i(E_0) - \delta_i^m)^2. \quad (5)$$

在各向同性介质模型中, 整个结构的平衡方程组为

$$[K][\delta] = [R], \quad (6)$$

其中,

$$[K] = \sum_{e \in \Omega} [c]_e^T \cdot [k]_e \cdot [c]_e, \quad (7)$$

式中  $[k]_e, [c]_e$  分别为单元  $e$  的劲度矩阵与劲度转换矩阵。

$$[k]_e = \iiint [B]^T [D] [B] d\Omega_e = Eg(\mu, B), \quad (8)$$

式中:  $[D]$  为单元的弹性矩阵,  $[D] = Eh(\mu)$ ,  $h(\mu)$  为常量矩阵;  $[B]$  为单元几何特性矩阵,  $g(\mu, B) = \iiint [B]^T h(\mu) [B] d\Omega_e$ , 对于已剖分好的有限单元网格模型而言,  $[B], g(\mu, B)$  均为常量矩阵。

再将式(8)代入式(7)可以得到

$$[K] = \sum_{e \in \Omega} [c]_e^T \cdot Eg(\mu, B) \cdot [c]_e = EG(\mu), \quad (9)$$

式中:  $G(\mu) = \sum_{e \in \Omega} [c]_e^T g(\mu) [c]_e$ 。

再将式(9)代入式(6), 且两边同时求在初始解  $E_0$  处的一阶导数可以得到

$$\begin{aligned} G(\mu) \delta(E) |_{E=E_0} + \\ [EG(\mu) \delta'(E)] |_{E=E_0} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

所以,

$$\begin{aligned} \delta'(E_0) = -[E_0 G(\mu)]^{-1} \cdot G(\mu) \delta(E_0) = \\ -\frac{1}{E_0} \cdot M. \end{aligned} \quad (11)$$

上式中:  $M = \delta(E_0) \neq 0$ ,  $\delta(E_0)$  为初始材料参数为  $E_0$  时结构的位移量, 由有限元计算可以得到;  $\delta'(E_0)$  为结构位移一阶导数在  $E_0$  处的值; 其他符号意义同前。

对式(10)再次求导, 可以得到结构位移在  $E_0$  处的二阶导数为

$$\delta''(E_0) = \frac{2}{E_0^2} \cdot M = (-2) \frac{1}{E_0} \delta'(E_0), \quad (12)$$

依次类推, 可以得到  $n$  阶导数有如下递推公式为

$$\delta^{(n)}(E_0) = (-n) \frac{1}{E_0} \delta^{(n-1)}(E_0). \quad (13)$$

利用式(1)和式(3)可以推求出函数  $F$  在  $E_0$  处各阶导数值的求解表达式如下:

一阶导数为

$$F'(E_0) = 2 \sum_{i=1}^N [(\delta_i(E_0) - \delta_i^m) \delta'_i(E_0)]; \quad (14)$$

当  $n=2k$ , ( $k=1, 2, \dots$ ) 时

$$\begin{aligned} F^{(n)}(E_0) = 2 \sum_{i=1}^N & [a_1 \delta'_i(E_0) \delta_i^{(n-1)}(E_0) + \\ & a_2 \delta''_i(E_0) \delta_i^{(n-2)}(E_0) + \cdots + \\ & a_{n/2} \delta_i^{(n/2)}(E_0) \delta_i^{(n/2)}(E_0) + (\delta_i(E_0) - \\ & \delta_i^m) \delta_i^{(n)}(E_0)], \end{aligned} \quad (15)$$

当  $n=2k+1$ , ( $k=1, 2, \dots$ ) 时

$$\begin{aligned} F^{(n)}(E_0) = 2 \sum_{i=1}^N & [a_1 \delta'_i(E_0) \delta_i^{(n-1)}(E_0) + \\ & a_2 \delta''_i(E_0) \delta_i^{(n-2)}(E_0) + \cdots + \\ & a_{(n-1)/2} \delta_i^{((n-1)/2)}(E_0) \delta_i^{((n+1)/2)}(E_0) + (\delta_i(E_0) - \\ & \delta_i^m) \delta_i^{(n)}(E_0)]. \end{aligned} \quad (16)$$

式(15)与式(16)中, 称  $a_i$  为求导系数, 在此笔者推导了 10 阶以内的求导系数的值, 其中  $a_1 = n$ , 其他  $a_i$  ( $i=2, \dots, n/2$  或  $(n-1)/2$ ) 各值由于篇幅有限这里不便列出。式(14)、式(15)及式(16)中各阶导数的值完全可以由式(11)、式(12)及式(13)计算得到。进而, 将式(14)、式(15)及式(16)代入式(4)就可以得出目标函数改进形式的计算表达式。

从以上的推导过程可以看出,目标函数改进形式中  $F(E_0)$  及其各阶导数的值仅与初始模量  $E_0$  有关,而与优化迭代产生的参数无关,并通过式(14)、式(15)及式(16)完全确定。因此,把式(4)作为优化计算的目标函数时,只需要正演计算一次,而后面的优化迭代过程仅仅计算  $(E - E_0)^n$ ,即可求出目标函数的值,实现优化反演计算,因此,计算效率必将得到提高。

## 2 基于目标函数改进形式的遗传优化反演

遗传算法(Genetic Algorithms,简称GA)是模拟自然界生物遗传与进化过程形成的一种迭代自适应概率型全局优化搜索方法,传统的遗传算法详见文献[4]。

将改进后的目标函数与传统遗传算法相结合可以开发出高效的优化反演程序。为此,标准的遗传算法需要做如下 2 个方面的改进:①初始值  $E_0$  的设定;②适应度函数的构建。

### 2.1 初始值 $E_0$ 的选取

初始值  $E_0$  的选取对于计算结果精度、减少迭代次数、加速计算收敛等具有较为重要的影响,因此,应需慎重考虑。对于遗传算法我们可以取随机初始化种群中个体的平均值,即

$$E_0 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M E_i, \quad (17)$$

式中:  $M$  为种群规模即种群中个体数量;  $E_i$  为种群中的个体。

### 2.2 适应度函数的构建及个体适应度的计算

由 1.1 分析可以设计遗传优化算法的适应度函数如下:

$$\begin{aligned} S = Y - Q &= Y - [F(E_0) + \\ F'(E_0)(E - E_0) + \frac{F''(E_0)}{2!}(E - E_0)^2 + \cdots + \\ \frac{F^{(n)}(E_0)}{n!}(E - E_0)^n], \end{aligned} \quad (18)$$

$Y$  为正数,其值与  $Q$  相比要足够大,可依据具体情况而定。

上式中  $F(E_0)$  及其各阶导数的值按 1.2 中方法求解,而借助遗传操作产生的新个体  $E$  只需要进行简单的代数运算  $(E - E_0)^n$ ,即可以得到该个体的适应度,而不需要再通过正演计算获得。这也正是本文提出改进优化目标函数的根本出发点。

### 2.3 基于改进目标函数的遗传反演程序设计

综上所述,可以设计出基于改进目标函数的遗

传反演算法流程如图 1 所示。

该程序仍然采用与商业有限元软件 MSC. Marc 联合开发<sup>[5]</sup>。

将图 1 与传统遗传反演算法相比较可以看出,基于目标函数改进形式算法的迭代循环体并未包括调用 MARC 正演计算部分,而只需要在循环之前正演计算一次即可,因此可以大大节约计算机时,提高计算效率。

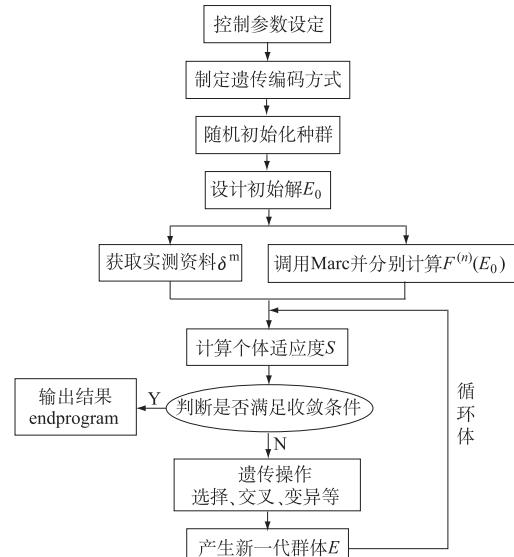


图 1 基于目标函数改进形式的遗传反演算法流程

Fig. 1 The genetic inversion algorithm process based on the improved objective function form

## 3 小湾水电站坝基综合变形模量反演

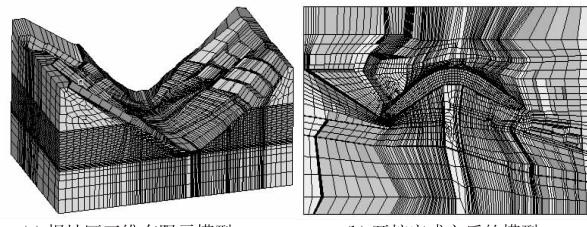
小湾水电站位于云南省南涧县和凤庆县境内的澜沧江中游河段上,是实施西电东送战略以及云电外送的基础项目,具有“特高坝,强地震,地质条件复杂”等特点。水电站枢纽工程属大(1)型一等工程,大坝为混凝土双曲拱坝,坝高近 300 m。为了获得坝基初始变形场以及满足后期研究的需要,这里需要根据坝基开挖回弹的实测位移资料反演坝基的综合变形模量  $E_r$ 。

### 3.1 分步开挖计算模型

模型计算范围:以拱坝中心线为基准,左右岸方向各取 800 m;坝顶原点为基准,向上游取 400 m,向下游取 600 m;建基面以下取一倍坝高,到 653 m 高程;坝顶高程以上岩体边坡切割到自然边界高程。模型坐标系统定义:坝轴线与拱坝中心线的交点作为坐标原点,其中  $x$  轴(NE88°)垂直于拱坝中心线,指向左岸为正,  $y$  轴(SE178°)平行于拱坝中心线,指向下游为正;  $z$  轴正向则铅直向下。有限元模型中

模拟了坝基地形等,共剖分单元数 112 860,总节点数 119 801(如图 2(a)),初始地应力场采用文献[6]参数空间分布模型的计算结果,计算所需要的实测资料详见文献[7],仍然采用增量位移模式。

模型共设置 17 个增量步,其中开挖模拟从第 2 个增量步开始,对应开挖高程 1 140 m 和 1 000 m 的有限元模型增量步号为第 7 步和第 14 步。坝顶高程以上岩体开挖一次性模拟,坝顶高程至坝底高程岩体每一增量步模拟开挖一层,每层平均高度 20 m。图 2(b)(俯视)给出了开挖完成后的有限元模型。



(a) 坝址区三维有限元模型 (b) 开挖完成之后的模型

图 2 三维有限元模型

Fig. 2 The 3-D finite element model

### 3.2 遗传算法具体策略

由于仅仅反演一个综合变形模量,因此,取  $n=3$  即三阶目标函数就可以满足计算的需要,则个体适应度的计算表达式为

$$\begin{aligned} S = Y - Q &= Y - (Q_0 + Q_1 + Q_2 + Q_3) = Y - \\ &[F(E_0) + F'(E_0)(E - E_0) + \frac{F''(E_0)}{2!}(E - E_0)^2 + \\ &\frac{F'''(E_0)}{3!}(E - E_0)^3] \end{aligned}$$

式中:  $Y$  取足够大的正数;  $F(E_0) = \sum_{i=1}^N (\Delta\delta_i(E_0) - \Delta\delta_i^m)^2$ ;  $\Delta\delta_i(E_0)$  为正演计算增量位移;  $\Delta\delta_i^m$  为实测增量位移。

为便于分析比较,遗传策略与文献[7]设计相同,即:预先给定待反演的坝基变形模量的范围  $E_r \in [10, 30]$  GPa。采用二进制编码方式和排序选择算子,随机产生初始种群,其规模为 30,个体长度  $L = 10$ ,选用两点交叉算子,交叉概率为 0.85,变异概率为 0.008,进化代数控制在 200 代以内(注:本计算是在硬件配置均十分充足的服务器上完成的)。

### 3.3 计算结果分析

当计算精度满足要求时,共进化 145 代,耗费大约 3 个机时,反演计算的结果为  $E_r = 22.01$  GPa。与文献[7]传统遗传算法的计算结果相比较,两者已经十分接近,差别不到 2%。虽然前者进化代数增加了,但是耗费机时总量却大大地减少了 120 多倍,计算效率有了大幅度的提高。因此,目标函数的改

进形式为遗传算法在反演计算领域的应用开辟了广阔前景,有进一步推广应用的价值。

## 4 结语

(1) 针对优化反演方法需要大量正演计算从而耗费大量机时的弊端,笔者从目标函数入手,改进了函数的构造形式,大大减少了正演计算的次数,为节省反演计算成本开辟了新的途径。

(2) 把改进后的目标函数与遗传算法相结合,开发了新的遗传优化反演算法。从文中的工程实例可以看出,较传统优化算法,计算效率得到了大大提高,而改进方法的计算精度也相当可靠。

(3) 由于遗传等优化算法本身具有随机性,因此即便是采用同样的遗传策略计算多次,那么每次计算结果也会稍有不同,且每次反演计算所需机时也不尽相同。但是,改进方法所体现出的节省大量计算时间、极大地提高计算效率这一趋势是非常明显的,因此,该法具有推广应用价值。

(4) 不仅如此,改进后的目标函数亦可以与其它优化算法相结合,开发出高效的优化反演程序,达到节约机时的效果。

(5) 初始值的假设对于整个优化反演计算至关重要,因此,应根据不同的优化方法以及具体情况慎重而定。

### 参考文献:

- [1] 吴中如,朱伯芳.三峡水工建筑物安全监测与反馈设计[M].北京:中国水利水电出版社,1999.
- [2] 陈胜宏.计算岩体力学与工程[M].北京:中国水利水电出版社,2006.
- [3] 吴中如.水工建筑物安全监控理论及其应用[M].北京:高等教育出版社,2003.
- [4] 李敏强,寇纪淞,林丹,等.遗传算法的基本理论与应用[M].北京:科学出版社,2002.
- [5] 向衍,苏怀智,吴中如.基于大坝安全监测资料的物理力学参数反演[J].水利学报,2004,(8):43~48.
- [6] 谷艳昌,郑东健,郭航忠,等.小湾水电站坝址区三维初始地应力场反演回归分析[J].岩土力学,2008,29(4): 1015~1020.
- [7] 谷艳昌,丛培江,金永强,等.基于增量位移模式的施工期坝基综合变模反分析[J].水力发电学报,2008,27(3):54~59.